

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

## ДО ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ В ЧЕРНІВЕЦЬКОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Наведемо інформацію про створення, напрями досліджень та основні результати Чернівецької наукової школи професора С. Д. Ейдельмана з теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними.

*Ключові слова:* наукова школа, Ейдельман, диференціальні рівняння із частинними похідними.

The information about the creation, directions and the main results of research of Chernivtsi Scientific School of professor S.D.Eidelman regarding the theory of partial differential equations is presented.

*Keywords:* Scientific School, Eidelman, partial differential equations.

Інтенсивні дослідження диференціальних рівнянь із частинними похідними (ДРЧП) в Чернівецькому університеті розпочалися після створення у 1946 р. кафедри диференціальних рівнянь, першим завідувачем якої був Микола Іванович Симонов, учень академіка І. Г. Петровського. Він прибув із Москви і привніс у Чернівці ідеї та напрямки досліджень з теорії ДРЧП, які проводилися московськими математиками під керівництвом І. Г. Петровського. М. І. Симонов запропонував звернути увагу на ключові праці І. Г. Петровського, серед яких основоположною була праця [1].

Указаними працями, реалізацією і розвитком висунутих у них ідей захопився випускник Чернівецького університету 1948 р. Самуїл Давидович Ейдельман. Він протягом 1938–1941 рр. навчався на фізикоматематичному факультеті Київського університету, потім 5 років брав участь у війні з Німеччиною і Японією, пройшовши армійський шлях від солдата до майора. Демобілізувавшись у 1946 р., С. Д. Ейдельман продовжив навчання на фізико-математичному факультеті Чернівецького університету. У цьому університеті він пройшов усі сходинки від студента й лаборанта до професора і завідувача кафедри диференціальних рівнянь.

Після закінчення університету С. Д. Ейдельман з надзвичайним ентузіазмом включився в роботу на кафедрі диференціальних рівнянь. Його послідовна й наполеглива індивідуальна наукова робота, робота із викладання студентам і викладачам новітніх навчальних дисциплін з теорії ДРЧП (він почав читати спецкурси з 1950 р.) і його діяльність із залучення студентської молоді до серйозних математичних досліджень за порівняно короткий час принесла свої позитивні плоди. Нові важливі результати з теорії ДРЧП чернівецьких математиків поступово стали визнаватися спеціалістами в колишньому Радянському Союзі та за його межами. У результаті створилась широко відома наукова школа С. Д. Ейдельмана з теорії ДРЧП. Наведемо інформацію про напрями та результати досліджень цієї школи.

Головним об'єктом досліджень Самуїла Давидовича протягом його Чернівецького періоду життя та діяльності (1946–1963) був такий: Задача Коші, крайові задачі, якісні властивості розв'язків параболічних за Петровським лінійних і квазілінійних систем рівнянь із частинними похідними довільного порядку.

Потім дослідження поширювались на інші класи рівнянь і систем рівнянь та на інші класи розв'язків. Зокрема, досліджува-

лись рівняння і системи рівнянь за наявності в них різних вироджень та особливостей (коли, наприклад, порушується умова рівномірної параболічності, коефіцієнти рівнянь є необмеженими в околі деяких точок чи на нескінченності, в рівняння входять псевдодиференціальні вирази, праві частини рівнянь мають різного роду особливості тощо).

До досліджень за цими напрямками залучались усі учні та співробітники С. Д. Ейдельмана, які продовжували і деякі продовжують займатися цими проблемами, працюючи як у Чернівцях, так і в інших наукових центрах. Частина з них створили свої розгалуження наукової школи С. Д. Ейдельмана. Це професори:

- С. Д. Івасишен (Чернівці, Київ),
- М. І. Матійчук та І. Д. Пукальський (Чернівці),
- М. В. Житарашу (Кишинів),
- В. Д. Репніков (Воронеж),
- В. В. Городецький (Чернівці),
- М. П. Ленюк (Чернівці, частково).

Дослідження за тематикою наукової школи С. Д. Ейдельмана велись і ведуться співробітниками кафедр диференціальних рівнянь, математичного моделювання, алгебри та інформатики Чернівецького університету, а також у Чернівецькій філії Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, яка була створена в 1988 р. і працювала в тісній співдружності з математичними кафедрами Чернівецького університету.

Проживаючи і працюючи за межами Чернівців, С. Д. Ейдельман аж до своєї смерті в 2005 р. координував наукові дослідження за тематикою своєї наукової школи. Він регулярно приїжджав у Чернівці, читав лекції про нові результати в теорії ДРЧП та їх застосувань і проводив наукові консультації.

Основними класами рівнянь і систем рівнянь, які досліджувалися в рамках накової школи С. Д. Ейдельмана, є такі класи:

**К1:** Параболічні за Петровським і за Ейдельманом системи з обмеженими коефіцієнтами за відсутності та наявності вироджень на початковій гіперплощині;

**К2:** Параболічні за Петровським і за Ейдельманом системи з оператором Бесселя (В-параболічні системи);

**К3:** Параболічні за Петровським і за Ейдельманом системи зі зростаючими при  $|x| \rightarrow \infty$  коефіцієнтами за відсутності та наявності вироджень на початковій гіперплощині, а також зі степеневими особливостями в коефіцієнтах;

**К4:** Вироджені рівняння і системи рівнянь, які є різними узагальненнями класичного рівняння дифузії з інерцією Колмогорова;

**К5:** Параболічні рівняння і системи рівнянь з псевдодиференціальними операторами;

**К6:** Еліптичні рівняння і системи рівнянь;

**К7:** Параболічні системи Шилова та Солонникова–Ейдельмана.

Наведемо перелік основних задач і питань, які досліджувались для класів К1–К7.

### 1. Задача Коші:

1.1. Фундаментальні розв'язки

1.2. Коректна розв'язність задач з класичними, ваговими, узагальненими початковими умовами або без початкових умов (залежно від характеру виродження рівнянь)

1.3. Характеризація окремих класів розв'язків, інтегральне зображення розв'язків та множини їх початкових значень

1.4. Поведінка розв'язків на необмежених часових інтервалах (стійкість, стабілізація, теореми типу Ліувілля, застосування до еліптичних систем, породжених параболічними)

1.5. Локальна та глобальна розв'язність задачі Коші для квазілінійних рівнянь

### 2. Крайові задачі:

2.1. Загальні модельні параболічні крайові задачі

2.2. Коректна розв'язність загальних лінійних параболічних крайових задач у рамках шаудерівської теорії,  $L_2$ - і  $L_p$ -теорії

2.3. Матриці Гріна параболічних крайових задач

2.4. Коректна розв'язність квазілінійних задач для параболічних рівнянь, еліптичних

задач з параметром, задач з дробовими похідними і рухомими межами та задач з імпульсним впливом

**2.5.** Стабілізація (при  $t \rightarrow \infty$ ) розв'язків параболічних крайових задач

**2.6.** Крайові задачі для еліптичних рівнянь і систем рівнянь, які мають малу гладкість та степеневі особливості в коефіцієнтах

**2.7.** Задачі оптимального керування системами, що описуються параболічними крайовими задачами

**2.8.** Застосування гібридних інтегральних перетворень до розв'язування задач математичної фізики

**3. Параболічні задачі спряження та нелокальні (за просторовими змінними) параболічні крайові задачі**

**3.1.** Коректна розв'язність

**3.2.** Матриці Гріна

**4. Нелокальні багатоточкові за часовою змінною задачі для широких класів еволюційних рівнянь із псевдодиференціальними операторами**

**4.1.** Фундаментальні розв'язки

**4.2.** Коректна розв'язність та аналітичне зображення розв'язків

**4.3.** Властивості локалізації та слабкої стабілізації розв'язків

Основними поняттями при дослідженні перелічених питань є поняття фундаментального розв'язку задачі Коші (ФРЗК) та матриці Гріна ( $M\Gamma$ ) крайової задачі. Повнота й точність дослідження відповідних задач істотно залежить від того, наскільки повно і точно досліджено ФРЗК і  $M\Gamma$ . Тому основні зусилля спрямовувались, у першу чергу, на побудову та встановлення точних оцінок та властивостей ФРЗК і  $M\Gamma$ , а також вивчення властивостей відповідних інтегралів Пуассона та об'ємних потенціалів. При цьому значна увага приділялась намаганням отримати точні результати за якомога слабших припущень щодо гладкості коефіцієнтів задач. У багатьох випадках це вдалось зробити.

**Висновки.** Дослідження в рамках наукової школи, створеної в Чернівцях професором С. Д. Ейдельманом, торкаються практично майже всіх напрямів теорії класичних параболічних рівнянь і систем рів-

нянь, а також їх різноманітних узагальнень. У більшості з цих напрямків отримано важливі оригінальні результати. Деякі з них зайняли достойне місце в світовій математичній скарбниці. Детальніше про результати учасників наукової школи С. Д. Ейдельмана можна знайти в публікаціях [2–5].

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Петровський І. Г.* О проблеме Коши для систем линейных уравнений с частными производными в области неаналитических функций // Бюлл. МГУ. Математика и механика. – 1938. – 1, вып. 7. – С. 1-72.

2. Математичний факультет.– Київ: Ін-т математики НАН України, 1998. – 152 с.

3. *Івасишен С. Д.* Самуїл Давидович Ейдельман. Життєвий шлях. Основні здобутки. – Чернівці: Рута, 2006. – 72 с.+15 с. фото.

4. *Івасишен С. Д., Пасічник Г. С., Черевко І. М.* Кафедра математичного моделювання Чернівецького університету. Основні здобутки за 20 років від часу створення. – Чернівці: Рута, 2008. – 42 с.

5. *Матійчук М. І., Пукальський І. Д.* Кафедра диференціальних рівнянь. 70 років. Історія та сьогодні. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2016. – 96 с.