УДК 517.956.4

©2018 р. Г.М. Унгурян

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

ЛОКАЛІЗАЦІЯ РЕГУЛЯРНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ПАРАБОЛІЧНИХ ТИПУ ШИЛОВА РІВНЯНЬ ІЗ НЕВІД'ЄМНИМ РОДОМ

Для регулярних розв'язків параболічних типу Шилова рівнянь із змінними коефіцієнтами обмеженої гладкості та невід'ємним родом, які на початковій гіперплощині $t = 0$ мають узагальнені граничні значення типу розподілів Гельфанда І.М. і Шилова Г.Є., досліджується питання про можливість посилення збіжності цього розв'язку при $t \to +0$ у випадку, коли початковий розподіл f має локальні додатньо хороші властивості. За умов, що порядок гладкості коефіцієнтів не нижчий за порядок рівняння, доведено покомпактну рівномірну стосовно просторової змінної збіжність до нуля розв'язку рівняння разом із його можливими похідними при наближенні до початкової гіперплощини на тій частині, де $f = 0$. Для окремого класу рівнянь, який охоплює випадок параболічності за Петровським, такий ефект посилення збіжності розв'язку з'ясовано у випадку, коли початковий розподіл f на деякій частині гіперплощини є неперервною або неперервно диференційовною до певного порядку функцією.

Ключові слова: параболічні рівняння типу Шилова, задача Коші, регулярний розв'язок, принцип локалізації.

The question about the possibility of increasing the convergence of this solution for $t \to +0$ in the case when the initial distribution f has local positive good properties is investigated.This question is concidered for regular solutions of the Shilov-type parabolic equations with variable coefficients of limited smoothness and non-negative genius, which in the initial hyperplane $t = 0$ have generalized boundary date of distributions by the Gelfand-Shilov type. The solution of the question has the compact uniform convergence to zero. This convergence is proven by conditions that the order of smoothness of the coefficients is not lower than the order of the equation.This effect of increasing the convergence of the solution is reseached for equations with parabolicity of Petrovs'kyy in the case when the initial distribution f on a certain part of the hyperplane is continuous or continuously differentiable to a certain order by a function.

Keywords: Shilov-type parabolic systems, Caushy problem, regular solution, principle of localization.

Вступ. Характерною рисою параболічних рівнянь і систем рівнянь із частинними похідними є експоненціальне спадання в околі нескінченно віддалених просторових точок їх фундаментального розв'язку задачі Коші. Цей факт дозволяє здійснювати постановку задачі Коші для таких рівнянь з початковими даними з досить широких класів, серед елементів яких є узагальнені функції і, встановлювати коректну розв'язність цієї задачі в класичному розумінні [1-4]. Проте таке розширення класу початкових даних неминуче призводить до послаблення границі при формулюванні початкової умови. У зв'язку з цим, природньо постає питання про можливість локального посилення збіжності в початковій умові задачі Коші у випадку, коли початковий розподіл локально володіє "хорошими" властивостями, тобто постає задача про "принцип локалізації" розв'язку.

Зазначимо, що вперше подібна задача була розглянута в теорії тригонометричних рядів [5]. Дослідження, пов'язані з встановленням принципу локалізації для розв'язків параболічних за Петровським і за Шиловим систем проводилися в працях [4,6,7], а для параболічних типу Шилова систем із змінними коефіцієнтами необмеженої гладкості, в праці [8].

У даній роботі це питання досліджується для регулярних розв'язків одного класу параболічних типу Шилова рівнянь із невід'ємним родом, розглянутих в [9,10,14].

Тут одержані в [8] результати про локалізацію розв'язку, поширюються вже на випадок коефіцієнтів обмеженої гладкості.

1. Попередні відомості. Нехай $T > 0$, $\mathbb{R}^n$ – дійсний n-вимірний простір з нормою $\|\cdot\|$, $\mathbb{Z}_+^n$ – множина всіх n-вимірних мультиіндексів, $\Pi_M := \{(t;x)|t \in M, x \in \mathbb{R}^n\}$; $|\, z\,|_+ := |\, z_1\,| + ... + |\, z_n\,|$, $z^l := z_1^{l_1}...z_n^{l_n}$, якщо $z \in \mathbb{R}^n$ і $l \in \mathbb{Z}_+^n$; i – уявна одиниця. Через S позначимо простір Л. Шварца, а через $S_{\beta,\beta>0,}$ – простір типу S Гельфанда І.М. і Шилова Г.Є. [11]; S' і S'_β – відповідні топологічно спряжені простори.

Розглянемо диференціальне рівняння порядку p для $(t;x) \in \Pi_{(0;T]}$ вигляду

$$\partial_t u(t;x) := \{P_0(t;i\partial_x) + P_1(t,x;i\partial_x)\}u(t;x). \tag{1}$$

із диференціальними виразами

$$P_0(t;i\partial_x) = \sum_{|q|\le p} a_q(t) i^{|q|}\partial_x^q,$$

$$P_1(t,x;i\partial_x) = \sum_{|k|\le p_1} a_k(t;x) i^{|k|}\partial_x^k,$$

при цьому рівняння

$$\partial_t u(t;x) = P_0(t;i\partial_x)u(t;x), \ \ (t;x) \in \Pi_{(0;T]}, \tag{2}$$

– параболічне за Г.Є. Шиловим у смузі $\Pi_{[0;T]}$ із показником параболічності h, $0 < h \le p$, зведеним порядком p_0 та невід'ємним родом μ [1], а порядок p_1 групи молодших членів підпорядкований наступній умові:

$$0 \le p_1 < h - n(1 - h\mu/p_0).$$

Такі рівняння в [12] запропоновано називати параболічними типу Шилова рівняннями із змінними коефіцієнтами.

Для (1) задамо початкову умову

$$u(t;\cdot)|_{t=0} = f, \ \ f \in S'_{1-\alpha}, \ \ \alpha := \mu/p_0, \tag{3}$$

яку розумітимемо як слабку збіжність у просторі $S'_{1-\alpha}$, тобто

$$\langle u(t;\cdot),\varphi\rangle \underset{t\to 0+}{\longrightarrow} \langle f,\varphi\rangle \ \ (\forall\varphi \in S_{1-\alpha}).$$

Позначимо через $\widehat{S}'_\beta$ сукупність усіх регулярних узагальнених функцій із $\widehat{S}'_\beta$. Зазначимо, що f із S'_β належить до $\widehat{S}'_\beta$, якщо його дія визначається рівністю

$$\langle f,\varphi\rangle = \int_{\mathbb{R}^n} \overline{f(x)}\varphi(x)dx \ \ (\forall\varphi \in S_\beta)$$

за допомогою деякої вимірної за Лебегом функції $f(\cdot)$, для якої майже скрізь на $\mathbb{R}^n$ виконується оцінка

$$|\, f(x)\,| \le c_\delta e^{\delta\|x\|^{1/\beta}}$$

при кожному $\delta > 0$ із додатною величиною, залежною лише від δ.

Вважатимемо тут, що коефіцієнти $a_q(t)$ і $a_k(t;x)$ системи (1) на множині $\Pi_{[0;T]}$ є неперервними за змінною t рівномірно стосовно x, неперервно диференційовними за змінною x до порядку $\alpha_* \ge p$ включно і обмеженими разом із своїми похідними комплекснозначними функціями.

За таких умов у [9,13] побудовано фундаментальний розв'язок $Z(t,x;\tau,\xi)$ задачі Коші для рівняння (1) у вигляді

$$Z(t,x;\tau,\xi) = G(t,\tau;x-\xi) + W(t,x;\tau,\xi),$$

$$0 \le \tau < t \le T, \quad \{x,\xi\} \subset \mathbb{R}^n,$$

де $G(t,\tau;\cdot)$– фундаментальний розв'язок задачі Коші для рівняння (2), а

$$W(t,x;\tau,\xi) = \int_\tau^t d\beta \int_{\mathbb{R}^n} G(t,\beta;x-y)\times$$

$$\times\Phi(\beta,y;\tau,\xi)dy.$$

тут $\Phi(t,x;\tau,\xi) := \sum_{l=1}^\infty K_l(t,x;\tau,\xi)$ – функціональний ряд, в якому

$$K_1(t,x;\tau,\xi) := P_1(t,x;i\partial_x)G(t,\tau;x-\xi),$$

$$K_l(t,x;\tau,\xi) := \int\limits_\tau^t d\beta \int\limits_{\mathbb{R}^n} K_1(t,x;\beta,y)\times$$

$$\times K_{l-1}(\beta,y;\tau,\xi), \quad l > 1.$$

Накладені тут умови на коефіцієнти системи (1) та на порядок p_1 групи молодших членів, для функції $Z(t,x;\tau,\xi)$ при $\{x,\xi\} \subset \mathbb{R}^n$ і $0 \le \tau < t \le T$ забезпечуть її диференційовність за змінною t один раз, а за просторовими змінними x і ξ відповідно до порядків

$\alpha_* + p_1$ і α_* включно, а також, виконання таких оцінок [13]:

$$| \partial_\xi^r \partial_x^q Z(t,x;\tau,\xi) | \leq c(t-\tau)^{-\frac{n+|r+q|_+}{h}} \times$$

$$\times e^{-\delta\left(\frac{\|x-\xi\|}{(t-\tau)^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}; \qquad (4)$$

$$| \partial_\xi^r \Phi(t,x+\xi;\tau,\xi) | \leq c(t-\tau)^{-\frac{n+p_1}{h}} \times$$

$$\times e^{-\delta\left(\frac{\|x\|}{(t-\tau)^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}. \qquad (5)$$

(тут $| r |_+ \leq \alpha_*$, $| q |_+ \leq \alpha_* + p_1$ і $\alpha_0 := \alpha n + + 1 - \frac{n+p_1}{h} > 0$).

Ці результати, у свою чергу, дозволили встановити розв'язність задачі Коші (1),(3) у такому вигляді [10]: нехай початковий розподіл f із $S'_{1-\alpha}$ є елементом класу $\widehat{S}'_{1-\alpha}$, тоді регулярним розв'язком задачі Коші (1),(3) є функція

$$u(t;x) = \langle f, Z(t,x;0,\cdot)\rangle, \quad (t;x) \in \Pi_{(0;T]}, \qquad (6)$$

яка на множині $\Pi_{(0;T]}$ диференційовна за змінною t один раз, а за x – аж до порядку $\alpha_* + p_1$ включно, причому справджуються формули

$$\partial_t u(t;x) = \langle f, \partial_t Z(t,x;0,\cdot)\rangle,$$

$$\partial_x^q u(t;x) = \langle f, \partial_x^q Z(t,x;0,\cdot)\rangle.$$

2. Властивість локалізації розв'язку. Розв'язок задачі Коші (1), (3) при $t \to +0$ прямує до узагальненої початкової функції f у слабкому сенсі збіжності. Однак, може трапитися, що f збігається із гладкою функцією на деякій частині $\mathbb{R}^n$, тому виникає запитання чи буде в цьому випадку відбуватися локальне посилення збіжності розв'язку до свого граничного значення. Відповідь на це запитання з'ясовується у цьому пункті.

Теорема 1. Нехай функція $u(t;x)$– розв'язок задачі Коші (1),(3), побудований за початковою функцією f із $\widehat{S}'_{1-\alpha}$, яка на множині $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}^n$ дорівнює нулю, причому $u(t;x) = \langle f, Z(t,x;0,\cdot)\rangle$. Тоді на кожному компакті $\mathbb{K} \subset \mathbb{Q}$ похідні $\partial_x^q u(t;x)$, $| q |_+ \leq \alpha_* + p_1$, при $t \to +0$ збігаються до нуля рівномірно стосовно змінної x.

Доведення. Як відомо (див. [11]), серед елементів простору S_β є фінітні функції, тому розглянемо фінітну функцію $\eta(\cdot) \in S_{1-\alpha}$ таку, що $\operatorname{supp}\eta \subset \mathbb{Q}$ і $\eta(x) = 1$, $x \in \mathbb{K}_1$. Тут $\mathbb{K}_1$– деяка компактна множина із $\mathbb{Q}$, яка охоплює $\mathbb{K}$ без точок дотику, тобто $\mathbb{K} \subset \mathbb{K}_1 \subset \mathbb{Q}$ і

$$\| \xi - x \| \geq a > 0, \quad x \in \mathbb{K}, \quad \xi \in \mathbb{R}^n/\mathbb{K}_1.$$

Покладемо за означенням $\gamma(\cdot) := 1 - \eta(\cdot)$ і, скориставшись лінійністю функціонала f, подамо похідну $\partial_x^q u(t;x)$ при $(t;x) \in \Pi_{(0;T]}$ у вигляді

$$\partial_x^q u(t;x) = \langle f, \eta(\cdot)\partial_x^q Z(t,x;0,\cdot)\rangle +$$

$$+\langle f, \gamma(\cdot)\partial_x^q Z(t,x;0,\cdot)\rangle, \quad | q |_+ \leq \alpha_* + p_1,$$

Звідси, урахувавши рівність $f = 0$ на $\mathbb{Q}$, знаходимо

$$\partial_x^q u(t;x) = t^{\beta/h} \int\limits_{\mathbb{R}^n/\mathbb{K}_1} \overline{f(\xi)}\,\omega_t^{\beta,q}(x;\xi)d\xi,$$

$$\beta > 0 \quad | q |_+ \leq \alpha_* + p_1, \quad (t;x) \in \Pi_{(0;T]},$$

де

$$\omega_t^{\beta,q}(x,\cdot) := t^{-\beta/h}\gamma(\cdot)\partial_x^q Z(t,x;0,\cdot).$$

Отже, для доведення теореми, необхідно при деякому $\beta > 0$ встановити оцінку

$$| \omega_t^{\beta,q}(x;\xi) | \leq c_q e^{-\delta\|\xi\|^{\frac{1}{1-\alpha}}}, \quad 0 < t \ll 1,$$

$$\xi \in \mathbb{R}^n/\mathbb{K}_1, \quad x \in \mathbb{K},$$

із оціночними величинами c_q і δ не залежними від t, x і ξ.

Урахувавши належність $\eta(\cdot) \in S_{1-\alpha}$, оцінки (4),(7) та існування додатних сталих δ_0 і δ_1 таких, що

$$\delta_0\|\xi\|^{\frac{1}{1-\alpha}} - \delta_1\|x\|^{\frac{1}{1-\alpha}} \leq \frac{\delta}{2}\|x+\xi\|^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad \{x,\xi\} \subset \mathbb{R}^n,$$

знаходимо

$$| \omega_t^{\beta,q}(x,\xi) | \leq t^{-\frac{\beta}{h}}\big(| \partial_x^q Z(t,x;0,\xi) | +$$

$$+ | \eta(\xi) || \partial_x^q Z(t,x;0,\xi) | \big) \leq ct^{-\frac{n+\beta+|q|_+}{h}} \times$$

$$\times e^{-\delta\left(\frac{\|x-\xi\|}{t^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}} \leq ce^{-\frac{\delta}{2}\|x-\xi\|^{\frac{1}{1-\alpha}}} \times$$

$$\times \sup_{\varepsilon\in[0;1]} \{t^{-\frac{n+\beta+|q|_+}{h}} e^{-\frac{\delta}{2}(\frac{a}{\varepsilon^\alpha})^{\frac{1}{1-\alpha}}}\} \le c_q e^{-\delta\|\xi\|^{\frac{1}{1-\alpha}}} \times$$

$$\times \sup_{x\in\mathbb{K}_1} \{e^{\delta_1\|x\|^{\frac{1}{1-\alpha}}}\}, \quad 0 < t \ll 1, \quad \xi \in \mathbb{R}^n/\mathbb{K}_1,$$

$$x \in \mathbb{K}, \quad \beta > 0.$$

Теорему доведено.

Теорема 2. Нехай для системи (1) виконується умова $2\alpha_0 + p_1/h > 1$, тоді якщо початковий розподіл f із класу $\widehat{S}_{1-\alpha}$ збігається на множині $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}^n$ із неперервно диференційовного до порядку $q_0 \in \mathbb{Z}_+^n$ функцією $g(\cdot)$, то для всіх $k \in \mathbb{Z}_+^n$ таких, що $| k |_+ \le \min\{\alpha_*; | q_0 |_+\}$, похідна $\partial_x^k u(t;x)$ відповідного розв'язку задачі Коші (1),(3), то зображається формулою (6), при $t \to +\infty$ рівномірно прямує до $\partial^k g(x)$ стосовно x на кожному компакті $\mathbb{K} \subset \mathbb{Q}$.

Доведення. Нехай $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}_1$, $\eta(\cdot)$ і $\gamma(\cdot)$ величини із доведення теореми 1. Урахувавши рівності $f - g = 0$ на $\mathbb{Q}$ та $\gamma f = 0$ на $\mathbb{K}_1$, безпосередньо з твердження теореми 1 і зображення

$$\partial_x^k u(t;x) = \langle \eta(f-g), \partial_x^k Z(t,x;0,\cdot)\rangle +$$

$$+\langle \eta g, \partial_x^k Z(t,x;0,\cdot)\rangle + \langle \gamma f, \partial_x^k Z(t,x;0,\cdot)\rangle,$$

$$| k |_+ \le \alpha_*,$$

випливає, що доведення вихідної теореми потребує лише встановлення граничного співвідношення

$$\langle \eta g, \partial_x^k Z(t,x;0,\cdot)\rangle \xrightarrow[t\to+0]{x\in\mathbb{K}} \partial_x^k(\eta g(x))$$

$$| k |_+ \le \min\{\alpha_*, | q_0 |_+\}, \tag{8}$$

яке, з огляду на структуру Z рівносильне

$$\langle \eta g, \partial_x^k G(t,0;x-\cdot)\rangle +$$

$$+\langle \eta g, \partial_x^k W(t,x;0,\cdot)\rangle \xrightarrow[t\to+0]{x\in\mathbb{K}} \partial_x^k(\eta g),$$

тут

$$\eta g(\xi) := \begin{cases} \eta(\xi) g(\xi), & \xi \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \xi \in \mathbb{R}^n/\mathbb{Q}. \end{cases}$$

Звідси, зваживши на співвідношення [8]

$$\langle \eta g, \partial_x^k G(t,0;x-\cdot)\rangle \xrightarrow[t\to+0]{x\in\mathbb{K}} \partial_x^k(\eta g(x)),$$

$$| k |_+ \le | q_0 |_+,$$

приходимо до висновку, що для доведення (8), достатньо встановити граничне співвідношення

$$\mathcal{R}_k(t;x) := \int_{\mathbb{R}^n} \partial_x^k W(t,x;0,\xi) \eta g(\xi) d\xi \xrightarrow[t\to+0]{x\in\mathbb{K}} 0,$$

$$| k |_+ \le \min\{\alpha_*, | q_0 |_+\}.$$

Скориставшись теоремою Фубіні та здійснивши відповідну заміну змінних інтегрування, одержимо

$$\mathcal{R}_k(t;x) := \int_0^t d\beta \int_{\mathbb{R}^n} \Big(G(t,\beta;y) \times$$

$$\times \int_{\mathbb{R}^n} \partial_x^k \big(\Phi(\beta, x-y; 0, x+\zeta) \eta g(x+\zeta)\big) d\zeta \Big) dy.$$

Урахувавши тепер фінітність похідних $\partial_x^l(\eta g)(x)$, оцінку (5) і твердження [12] $\exists \delta > 0 \ \ \forall k \in \mathbb{Z}_+^n \ \ \exists c_k > 0 \ \ \forall \tau \in [0;T)$ $\forall t \in (\tau;T] \ \ \forall x \in \mathbb{R}^n:$
$| \partial_x^k G(t,\tau;x) | \le c_k (t-\tau)^{-\frac{n+|k|+}{h}} e^{-\delta(\frac{\|x\|}{(t-\tau)^\alpha})^{\frac{1}{1-\alpha}}}$, для $x \in \mathbb{Q}$, $k \in \mathbb{Z}_+^n$, $| k |_+ \le \min\{\alpha_*, | q_0 |_+\}$ і $0 \le \tau < t \le T$ знаходимо:

$$| \mathcal{R}_k(t;x) | \le \sum_{l=0}^k C_k^l \int_0^t d\beta \int_{\mathbb{R}^n} \Big(| G(t,\beta;y) \times$$

$$\times | \int_{\mathbb{R}^n} | \partial_x^{k-l} \Phi(\beta, x-y; 0, x+\zeta) |$$

$$\times | \partial_{x+\zeta}^l \eta g(x+\zeta) | d\zeta \Big) dy \le$$

$$\le C_k^0 \int_0^t \Big((t-\beta)^{-\frac{n}{h}} \beta^{-\frac{n+p_1}{h}} \times$$

$$\times \int_{\mathbb{R}^n} \Big(e^{-\delta\left(\frac{\|y\|}{(t-\beta)^\alpha}\right)} \Big)^{\frac{1}{1-\alpha}} \times$$

$$\times \int_{\mathbb{R}^n} \Big(e^{-\delta\left(\frac{\|\zeta-y\|}{\beta^\alpha}\right)} \Big)^{\frac{1}{1-\alpha}} d\zeta) dy \Big) d\beta =$$

$$= C_k^0 \int_0^t (t-\beta)^{\alpha_0 + \frac{p_1}{h} - 1} \beta^{\alpha_0 - 1} d\beta \times$$

$$\times\Big(\int\limits_{\mathbb{R}^n} e^{-\delta\|z\|^{\frac{1}{1-\alpha}}}dz\Big)^2 \equiv \widehat{c}_k^{\,0}(t-\tau)^{2\alpha_0+\frac{p_1}{h}-1}\times$$

$$\times B(\alpha_0+p_1/h;\alpha_0)$$

(тут $B(\cdot,\cdot)$– бета-функція Ейлера).

Одержана оцінка забезпечує виконання (8) при $\alpha_0+p_1/h>1$.

Теорема доведена.

Зауваження. Умова $2\alpha_0+p_1/h>1$ виконується, зокрема, коли $p=h$. Оскільки в цьому випадку $p_0=h,\quad \mu=1$, тому

$$\alpha_0+\frac{p_1}{h}-1=2(1+\frac{n}{h}-\frac{n+p_1}{h})+\frac{p_1}{h}-1=$$

$$=2(1-\frac{p_1}{h})-(1-\frac{p_1}{h})=1-\frac{p_1}{h}>0.$$

REFERENCES

1. *Gelfand, I.M., Shilov, G.E.* (1958). Some questions in the theory of differential equations. Moscov: Fizmath.state edition.
2. *Fridman, A.* (1968). Partial differential equations of parabolic type. M.: Peace.
3. *Eidelman, S.D.* (1964). Parabolic systems. M.: Science.
4. *Gorodetskiy, V.V.*(1998). Boundary properties of smooth solutions of parabolic-type equations in the globe. Chernivtsi: Ruta.
5. *Syetin, P.K.*(1976). Classical orthogonal polynomials. M.: Science.
6. *Gorodetskiy, V.V.*(1984). The principle of localization for solutions of the Caushy problem for parabolic systems by Petrovskiy in the class of generalized functions. Report of the academy of science USSR: issue A, № 10, 5-7.
7. *Gorodetskiy, V.V.*(1987). About localization and stabilization solutions of the Caushy problem for parabolic systems in the class of generalized functions. Proc. of universities: Mathematics,№ 6, 37-46.
8. *Litovchenko,V.A., Dovzhytska,I.M.* (2012). Cauchy problem for a class parabolic systems of Shilov type with variable coefficients. Central European Journal: Mathematics,№ 3, 1084-1102.
9. *Litovchenko,V.A., Unguryan, G.M.*(2014). Fundamental solution of the Caushy problem for one class of parabolic equations with coefficients of bounded smoothness. Kamyanets-Podilskiy: Mathematics and computer modeling. Issue: fiz.-math. science, № 10, 128-139.
10. *Litovchenko,V.A.,Unguryan, G.M.*(2016). Caushy problem for one class of parabolic equations with regular initial distributions by type S'. Chernivtsi: Bukovinskiy Mathematical Journal, V.4, №1-2, 101-107.
11. *Gelfand, I.M., Shilov, G.E.*(1958). Spaces of main and generalized functions. Moscov: Fizmath.state edition.
12. *Zhytomyrskiy, Ya. I.*(1959). Caushy problem for some types for parabolic systems by Shilov of linear partial differential equations with continuous coefficients. Report of the academy of science USSR: issue mathematics, № 23, 925-932.
13. *Litovchenko,V.A., Unguryan, G.M.* (2017). Fundamental solution of the Caushy problem for Shilov-type parabolic systems with coefficients of bounded smoothness. Ucr.math.j., V.69, №3, 348-364.
14. *Litovchenko,V.A., Unguryan, G.M.* (2016). Caushy problem for Shylov-type parabolic systems with coefficients of bounded smoothness. Chernivtsi: Conference materials dedicated to the 80-th anniversary of the birth of prof. Fodchuk V.I, 85-86.