УДК 519.217:519.718:519.837

©2010 р. Є.В. Ясинський

Атабаска університет, провінція Альберта, м. Едмонтон, Канада

СИНТЕЗ КОНТУРА САМОНАСТРОЮВАЛЬНОЇ СТОХАСТИЧНОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ З ЕТАЛОННОЮ МОДЕЛЛЮ

Досліджена стійкість стохастичних систем автоматичного регулювання з самонастроюванням без післядії та з еталонною моделлю. Проведено синтез контура самонастроювання за допомогою другого методу Ляпунова. Наведено два алгоритми побудови даного контура.

The stability of stochastic autocontrol self-adjusting systems without aftereffect and with etalon model is investigated. A self-adjusting circuit was constructed with the help of the second Liapunov's method. Two algorithms for constructing of this circuit are stated.

§1. Вступ

В теорії автоматичного регулювання важливе місце займає задача якісного керування об'єктами з випадковими діапазонами збурень динамичних властивостей із значними перешкодами, з неповною інформацією про умови роботи системи тощо.

Одним з підходів для розв'язання цієї задачі являється використання адаптивних методів керування такими об'єктами.

Під адаптацією розумітимемо [1] процес зміни параметрів, структури або керування як детермінованої динамічної, так і стохастичної динамічної системи на основі інформації, яка накопичується під час керування. Це здійснюється з метою оптимізації деяких показників функціонування динамічної системи за зміною зовнішніх випадкових умов або параметрів системи.

Серед адаптивних систем особливе місце займають так звані самонастроювальні системи [2], в яких на основі інформації про параметри зовнішніх як детермінованих, так і випадкових збурень, динамічних характеристик об'єкта або системи, котра визначається в реальному часі роботи, здійснюється активна зміна параметрів регулятора.

В даній роботі будемо вивчати випадкові стохастичні самонастроювальні системи з еталонною моделлю (ВСНСЕ). Так, ВСНСЕ з врахуванням випадкових збурень може бути описана структурною схемою (див. Рис. 1).

Конфигурацію, зображену на Рис.1, називають ВСНСЕ з паралельним включенням випадкової еталонної моделі [3 – 14, 18 – 22], де $f(t,\omega), x(t,\omega), y(t,\omega), \varepsilon(t,\omega)$ — випадкові процеси [28]. Будемо вважати, що реальний об'єкт описується системою стохастичних лінійних диференціальних рівнянь [23 — 26].

Метою ВСНСЕ будемо вважати знаходження такого контура самонастроювання, який забезпечує близькість визначеного показника якості роботи реального об'єкта до відповідного показника еталонної моделі.

В нашому випадку будемо вимагати, щоб ВСНСЕ була стійкою за фазовою неузгодженістю $\varepsilon(t,\omega)$ [21].

Іншими словами, знайдемо умови, при яких вихідний сигнал (випадковий процес) об'єкта $x(t,\omega) \in \mathbb{R}^1$, що вивчається, прямує до вихідного сигналу $y(t,\omega) \in \mathbb{R}^1$ в середньому квадратичному (l.i.m.) при $t \to +\infty$, тобто $\lim\limits_{t\to\infty} M\{x^2(t,\omega) - y^2(t,\omega)\} = 0$.

§2. Постановка задачі

На ймовірнісному базисі $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$, де $\mathbb{F} \equiv \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ — потік σ-алгебр, відносно якого визначений сильний розв'язок $x(t) \equiv x(t,\omega) \in \mathbb{R}^1$ стохастичного диференціального рівняння (СДР) n-го порядку з ін-

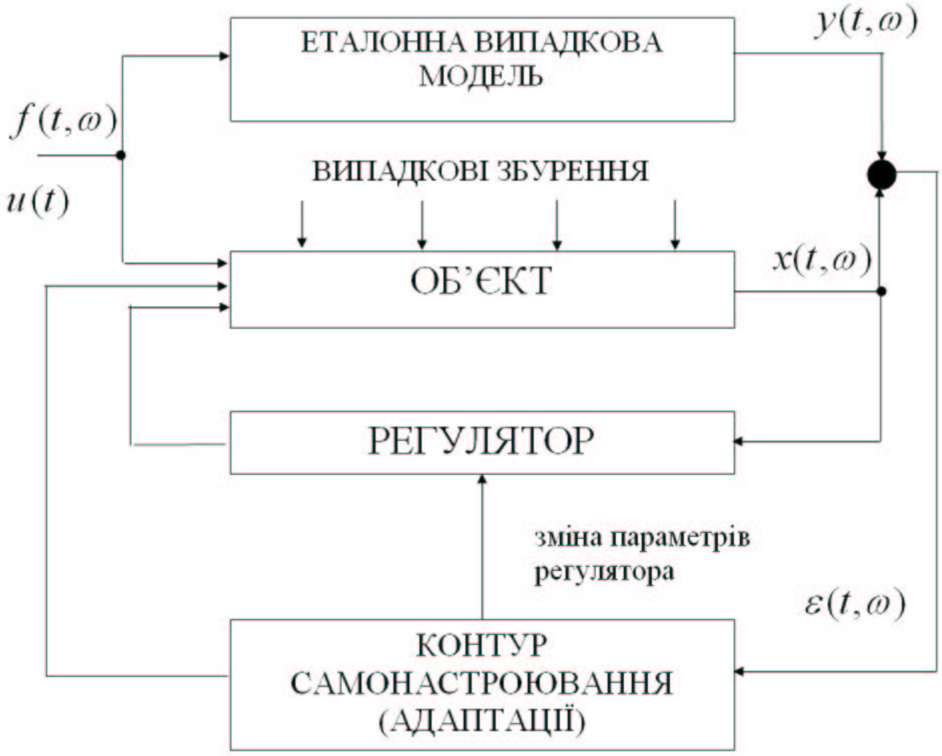

Рис. 1. Схема ВСНСЕ

тегралом Вінера-Іто [28, 32]:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n}+\sum_{i=1}^{n}[a_i+\Delta a_i+\delta a_i(t)]\frac{d^{n-i}x(t)}{dt^{n-i}}=f(t,\omega) \qquad (1)$$

з невипадковими початковими умовами

$$x(t_0)=x_0, \quad \frac{dx(t_0)}{dt}=x_{10},\ldots,$$
$$\frac{d^{n-1}x(t_0)}{dt^{n-1}}=x_{n-1,0}. \qquad (2)$$

Тут випадковий процес

$$f(t,\omega)\equiv\sum_{i=1}^{n}b_i\frac{d^{n-i}x(t)}{dt^{n-i}}\frac{dw_i(t,\omega)}{dt}\in\mathbb{R}^1, \qquad (3)$$

де b_i — відомі коефіцієнти дифузії вінерових попарно незалежних випадкових процесів $\{w_i(t,\omega); i=\overline{1,n}\}\subset\mathbb{R}^1$ ($b_i, i=\overline{1,n}$) — визначаються методами статистичного моделювання відносно заздалегідь проведеній вибірці [33]), $\frac{dw_i(t,\omega)}{dt}$, — т.з. "білі шуми"[30], $\{\Delta a_i, i=\overline{1,n}\}\subset\mathbb{R}^1$ — сталі, поки що не визначені, дійсні числа, варіації $\{\delta a_i(t), i=\overline{1,n}\}\subset\mathbb{R}^1$ продукуються контуром самонастроювання.

Еталонна модель описується СДР n-го порядку

$$\frac{dy(t)}{dt^n}+\sum_{i=1}^{n}a_i\frac{d^{n-i}y(t)}{dt^{n-i}}=f(t,\omega). \qquad (4)$$

Тут $\{y(t)\equiv y(t,\omega)\}\subset\mathbb{R}^1$ — вихід моделі, який слід розглядати як сильний розв'язок СДР (4) з початковими умовами типу (2)

$$y(t_0)=y_0, \quad \frac{dy(t_0)}{dt}=y_{10},\ldots,$$
$$\frac{d^{n-1}y(t_0)}{dt^{n-1}}=y_{n-1,0}; \qquad (5)$$

$f(t,\omega)\in\mathbb{R}^1$ — керуюча випадкова дія, визначена вхідним випадковим процесом (3).

Метою ВСНСЕ є побудова такого контура самонастроювання, тобто визначення такого алгоритму зміни $\{\delta a_i(t)\}$, при якому $\lim\limits_{t\to\infty s}M\{x^2(t)-y^2(t)\}=0$.

Запишемо рівняння реального об'єкта

СДР (1) і еталонної моделі — СДР (4) в матричному вигляді:

$$\frac{d\vec{x}(t,\omega)}{dt} = A\vec{x}(t,\omega) + [\Delta A + \delta A(t,\vec{x},\vec{y}(t,\omega))]\times$$

$$\times\vec{x}(t,\omega) + B\frac{d\vec{w}(t,\omega)}{dt} \qquad (6)$$

за початковими умовами

$$\vec{x}(t_0) = \vec{x}_0 \equiv (x_0, x_{10}, ..., x_{n-1,0})^T, \qquad (7)$$

а еталонної моделі відповідно

$$\frac{d\vec{y}(t,\omega)}{dt} = A\vec{y}(t,\omega) + B\frac{d\vec{w}(t,\omega)}{dt}, \qquad (8)$$

за початковими умовами

$$\vec{y}(t_0,\omega) = \vec{y}_0 \equiv (y_0, y_{10}, ..., y_{n-1,0})^T. \qquad (9)$$

Тут $\vec{x}(t) \equiv \vec{x}(t,\omega)$, $\vec{y} \equiv \vec{y}(t,\omega) \subset \mathbb{R}^n$ — вектори фазових координат стохастичної системи і еталонної стохастичної моделі; A — дійсна гурвіцева стала матриця з коефіцієнтами дифузії незалежних вінерових процесів:

$$A \equiv \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & -1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & ... & -a_{n-1} & -a_n \end{bmatrix};$$

$$B \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & ... & b_{n-1} & b_n \end{bmatrix}; \qquad (10)$$

$$\frac{d\vec{w}(t,\omega)}{dt} \equiv \left(\frac{dw_1(t,\omega)}{dt}, \frac{dw_2(t,\omega)}{dt}, \frac{dw_3(t,\omega)}{dt}, \ldots,\right.$$

$$\left.\frac{dw_{n-1}(t,\omega)}{dt}, \frac{dw_n(t,\omega)}{dt}\right)^T. \qquad (10^*)$$

Випадковий вектор керовних впливів має вигляд $\vec{f}(t,\omega) \equiv B\frac{d\vec{w}(t,\omega)}{dt}$;

$$\vec{x}(t) \equiv \left(x(t), x_1(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt}, \ldots,\right.$$

$$\left. x_{n-1}(t) \equiv \frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}}\right)^T;$$

ΔA — дійсна стала матриця з поки що невідомими коефіцієнтами, залежними від об'єкта керування; $\delta A(t,\vec{x},\vec{y})$ — матриця параметрів, які змінюються контуром самонастроювання [21]:

$$\Delta A \equiv \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... \\ 0 & ... & 0 \\ -\Delta a_1 & ... & -\Delta a_n \end{bmatrix};$$

$$\delta A(t,\vec{x},\vec{y}) \equiv$$

$$\equiv \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... \\ 0 & ... & 0 \\ -\delta a_1(t,\vec{x},\vec{y}) & ... & -\delta a_n(t,\vec{x},\vec{y}) \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Виключаючи з СДР (6) стохастичне диференціальне рівняння (8), для вектора покоординатної неузгодженості

$$\vec{\varepsilon}(t) \equiv \vec{x}(t) - \vec{y}(t)$$

одержимо стохастичне диференціальне рівняння

$$\frac{d\vec{\varepsilon}(t)}{dt} = A\vec{\varepsilon}(t) + [\Delta A + \delta A(t,\vec{x},\vec{y})]\vec{x}(t), \qquad (12)$$

за початковими умовами

$$\vec{\varepsilon}(t_0) = \vec{\varepsilon}_0. \qquad (13)$$

Запишемо СДР (12) в зручній стандартній формі

$$\frac{d\vec{\varepsilon}}{dt} = A\vec{\varepsilon}(t) + D(t)\vec{\alpha}(t,\vec{x},\vec{y}), \qquad (14)$$

за початковою умовою (13), де матриця $D(t)$ має представлення

$$D(t) \equiv \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... \\ x_1 & ... & x_n \end{bmatrix}; \qquad (15)$$

$\vec{\alpha}(t,\vec{x},\vec{y})$ — вектор параметричної неузгодженості

$$\vec{\alpha}(t,\vec{x},\vec{y}) \equiv (\Delta a_1 + \delta a_1(t,\vec{x},\vec{y}), \ldots,$$

$$\Delta a_n + \delta a_n(t,\vec{x},\vec{y}))^T. \qquad (16)$$

В подальшому слід вважати систему СДР (8), як еталонну модель, асимптотично стійкою в середньом квадратичному [15 – 26, 29, 34].

Означення 2. *Тривіальний розв'язок задачі (8), (9) назвемо асимптотично стійким в середньому квадратичному (l.i.m.), якщо для довільного* $\varepsilon > 0$ *існує* $\delta > 0$ *таке, що з* $|\vec{y}_0| < \delta$ *виплива є* $|\vec{y}| < \varepsilon$ *и* $\lim\limits_{t\to\infty} M\{|\vec{y}(t,t_0,y_0)|^2\} = 0$.

Теорема 1. *Розв'язок* $\vec{y}(t,t_0,\vec{y}_0) \equiv 0$ *задачі Коші (8), (9) асимптотично стійкий в l.i.m. тоді і тільки тоді, коли виконуються умови:*

1) матриця A *— гурвіцева (експоненціально стійка);*

2) існує розв'язок $H \equiv H^T > 0_{n\times n}$ *матричного рівняння Сильвестра*

$$A^T H + HA + B^T HB = -G, \qquad (17)$$

де матриця $G \equiv G^T > 0_{n\times n}$ *— довільна стала (наприклад,* $G \equiv \mathbb{E}$ *— одинична матриця, а матриця* B *має вигляд (10)).*

Доведення випливає з теореми 6 статті [34]. Вибираємо стохастичну функцію Ляпунова у вигляді квадратичної форми

$$v(\vec{x}) = \vec{x}^T H\vec{x}, \qquad (18)$$

де невідома поки що симетрична додатно визначена матриця $H \geq 0_{n\times n}$ визначається нижче. Тоді виконуються умови теореми 6 [34] для квадратичної форми (18).

Умова (41) зі статті [34] на квадратичну форму $v(\overline{x})$ (18), згідно з відомими оцінками для квадратичних форм [35], набуде вигляду

$$k_1|\vec{x}(t)|^2 \leq v(\vec{x}(t)) \equiv \vec{x}^T(t)H\vec{x}(t) \leq k_2|\vec{x}(t)|^2, \quad \forall\, t \geq t_0, \qquad (19)$$

де $k_1 \equiv \lambda_{\min}(H)$ — мінімальне додатне власне значення матриці H, а $k_2 \equiv \lambda_{\max}(H)$ — максимальне додатне власне значення H.

Оператор $\mathcal{L}v$ (см.(17), (44) [34]) на розв'язках СДР (8) набуде вигляду

$$\mathcal{L}v(\vec{x}(t)) = (\nabla v(\vec{x}(t)), A\vec{x}(t)) + \frac{1}{2}\mathrm{sp}\,(\nabla^2 v(x(t)) \times B\vec{x}(t)(B\vec{x}(t))^T) = \vec{x}(t)A^T H\vec{x}(t) + \vec{x}^T(t) \times HA\vec{x}(t) + \vec{x}^T(t)B^T HB\vec{x}(t) = \vec{x}^T[A^T H + HA + B^T HB]\vec{x}(t).$$

Зауважимо, що

$$\mathcal{L}v(\vec{x}(t)) < 0 \qquad (20)$$

тоді і тільки тоді, коли буде від'ємно визначеною матриця

$$A^T H + HA + B^T HB < 0_{n\times n}.$$

Це можливо лише тоді, коли $H > 0_{n\times n}$ є розв'язком матричного рівняння Сильвестра (17), яке завжди має єдиний розв'язок при $G \equiv \mathbb{E} > 0_{n\times n}$ [35, 36].

§3. Синтез контура самонастроювання другим методом Ляпунова

Синтез контура в детермінованому випадку здійснено в різний час різними способами [6—11]. Особливе місце займає проведення синтеза другим методом Ляпунова для детермінованого випадку в роботах [2—5, 12—14].

Викладемо ідею алгоритма синтезу ВСНСЕ з використанням стохастичної функції Ляпунова [19, 21, 23 – 26, 29, 37], яка полягає в наступному.

1. Вибираємо деяку квадратичну функцію Ляпунова

$$v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) = \vec{\varepsilon}^T H\vec{\varepsilon} + \vec{\alpha}^T\vec{\alpha} \qquad (21)$$

для лінійної ВСНСЕ (6) і еталонної моделі (8).

2. Рівняння контура самонастроювання

$$\frac{d\vec{\alpha}(t)}{dt} = \vec{\theta}(t,\vec{\varepsilon},\vec{x},\vec{y})$$

вибираємо таким, щоб інфінітезимальний оператор $\mathcal{L}v(\cdot)$ квадратичної форми $v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha})$ вигляду (21) був від'ємно визначеним згідно з теоремою 1, тобто

$$\mathcal{L}v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) < 0.$$

При цьому метод синтеза контура самонастроювання володіє тією перевагою, що в такій ситуації автоматичо забезпечується стійкість синтезованої ВСНСЕ.

Зауваження 1. Слід відмітити, що структура контура залежить від вигляду вибраної стохастичної функції Ляпунова v, а при невдалому виборі функції Ляпунова одержаний контур володіє тільки властивістю стійкості за параметричною і фазовою помилками $\vec{\alpha}$ и $\vec{\varepsilon}$, але при цьому не володіє іншими важливими властивостями одержаного контура [21]. В детермінованому випадку на це було звернуто увагу в роботі [8 – 10].

Одержимо алгоритм синтеза контура самонастроювання для (6) і моделі (8):

1. Задамо деяку від'ємно визначену квадратичну форму $v_1(\vec{\varepsilon}) = \vec{\varepsilon}^T\vec{\varepsilon} = |\vec{\varepsilon}|^2$.

2. Знайдемо додатно визначену матрицю $H > 0_{n\times n}$, як розв'язок матричного рівняння

$$A^T H + HA + B^T HB = -C\mathbb{E}, \qquad (22)$$

де $C > 0_{n\times n}$.

Відомо [35, 36], що матричний розв'язок $H > 0_{n\times n}$ існує при заданому $C > 0_{n\times n}$.

3. Далі введемо квадратичну форму

$$v_2(t, \vec{\varepsilon}, \vec{\alpha}) = \vec{\varepsilon}^T H\vec{\varepsilon} + \vec{\alpha}^T \cdot \vec{\alpha} \qquad (23)$$

і обчислимо математичне сподівання від повної похідної (слабкий інфінітезимальний оператор) в силу системи (14)

$$\mathcal{L}v_2(t, \vec{\varepsilon}, \vec{\alpha}) = -C|\vec{\varepsilon}|^2 + \vec{\alpha}^T D^T H\vec{\varepsilon} + \vec{\varepsilon}^T HD\vec{\alpha} + $$

$$+\left(\frac{d\vec{\alpha}}{dt}\right)^T \vec{\alpha} + \vec{\alpha}^T\frac{d\vec{\alpha}}{dt}. \qquad (24)$$

4. Для синтеза контура настроювання будемо вважати виконання для вектора параметричної неузгодженості рівняння

$$\frac{d\vec{\alpha}(t)}{dt} = -D^T(t)H\vec{\varepsilon}(t), \qquad (25)$$

котре дає алгоритм адаптації.

Тоді математичне сподівання від повної похідної (слабкий інфінітезимальний оператор (24)) буде від'ємно визначеним

$$\mathcal{L}v_2(t, \vec{\varepsilon}, \vec{\alpha}) = -C|\vec{\varepsilon}|^2, \qquad (26)$$

оскільки при виборі (25)

$$\vec{\alpha}^T DH\vec{\varepsilon} + \vec{\varepsilon}^T HD\vec{\alpha} + \left(\frac{d\vec{\alpha}}{dt}\right)^T \vec{\alpha} + \vec{\alpha}^T\frac{d\vec{\alpha}}{dt} = 0.$$

Зауваження 2. Більш всеохоплюючим, в порівнянні з (25), буде наступний алгоритм адаптації [21]

$$\frac{d\vec{\alpha}(t)}{dt} = -D^T(t)H(t, \vec{x}, \vec{y})\vec{\varepsilon}(t), \qquad (27)$$

$$\vec{\alpha}^T(t_0) = \vec{\alpha}_0^T \equiv (\Delta a_1, \Delta a_2, ..., \Delta a_n). \qquad (28)$$

Одержаний алгоритм (27) охоплює більшість детермінованих відомих алгоритмів, причому його слід вважати ефективним і для ВСНСЕ.

Зауваження 3. Якщо припустити, що методами статистичного моделювання [33] можна виміряти вектори $\vec{x}(t), \vec{y}(t), \vec{\varepsilon}(t)$, то алгоритм (27) (а, відповідно, і (25)) можна реалізувати на комп'ютері. При цьому із способу синтеза випливає, згідно з теоремою 6 [33], що ВСНСЕ (14) і (27) буде стійкою в l.i.m. за $\vec{\varepsilon}(t)$ і $\vec{\alpha}(t)$, але не асимптотично стійкою в l.i.m. в цілому за фазовою помилкою $\vec{\varepsilon}(t)$. Це не випливає з методу синтеза і це повинно бути доведено окремо.

§4. Експоненціальна p-стійкість в цілому у ВСНСЕ

Доведемо, що у ВСНСЕ (14), (27) при деяких обмеженнях на матрицю $H(t, \vec{x}, \vec{y})$ одержимо експоненціальну p-стійкість в цілому.

Означення 3. *Тривіальний розв'язок задачі (14), (13); (27), (28) експоненціально p-стійкий (для $p > 0$), якщо існують константи $B_p > 0$ и $\lambda_p > 0$, для яких виконуеться нерівність*

$$M\{|\vec{\varepsilon}(t, t_0, y_0)|^p\} \le B_p e^{-\lambda_p t}|\varepsilon_0|^p. \qquad (29)$$

Слід використати теорему 5 ([25], С.230–233).

Лема 1. *Нехай виконуються умови існування сильного розв'язку задачі Коші (14), (27) (за початковими умовами (13), (28)). Тоді тривіальний розв'язок $\vec{\varepsilon}(t, t_0, y_0) = 0$*

для $\forall p > 0$ експоненціально p-стійкий в цілому тоді і тільки тоді, коли існує функція Ляпунова v така, що для деяких $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ і $k_3 > 0$ і $\forall \vec{y}_0 \in \mathbb{R}^n$ виконується нерівність

$$k_1|\vec{\varepsilon}_0|^p \leq v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) \leq k_2|\vec{\varepsilon}_0|^p; \tag{30}$$

$$\mathcal{L}v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) \leq -k_3|\vec{\varepsilon}_0|^p. \tag{31}$$

Доведення проведено в [25], с.230—233.

Одержимо деякі умови на матрицю $H \equiv H(t,\vec{x},\vec{y})$ СДР (14), (27).

Теорема 2. *Якщо для матриці H виконуються умови*

$$k_1|\vec{\varepsilon}_0|^p \leq H(t,\vec{x},\vec{y}) \leq k_2|\vec{\varepsilon}_0|^p, \tag{32}$$

$$A^T H + HA + B^T HB \leq -k_3|\vec{\varepsilon}_0|^p, \tag{33}$$

то роз'язок ВСНСЕ (14), (27) є експоненціально p-стійким в цілому.

Доведення. Розглянемо функцію Ляпунова

$$v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) = \vec{\varepsilon}^T H(t,\vec{x},\vec{y})\vec{\varepsilon} + \vec{\alpha}^T\vec{\alpha},$$

де матриця $H(t,\vec{x},\vec{y})$ співпадає з такою ж матрицею в (22).

Слабкий інфінітезимальний оператор $\mathcal{L}v$ в силу СДР (14), (27) дорівнює

$$\mathcal{L}v(t) = \vec{\varepsilon}^T(A^T H + HA + B^T HB + \frac{dH}{dt})\vec{\varepsilon}. \tag{35}$$

Тоді, використовуючи лему 1, одержимо твердження теореми 2. ■

Зауваження 3. Наведемо декілька прикладів побудови функції Ляпунова, які ілюструють той факт, що при невдалому виборі її вигляду одержаний контур самонастроювання повністю не охоплює важливі властивості об'єкта.

Модельна задача №1. Розглянемо, наслідуючи [6], ВСНСЕ, в якій об'єкт і еталона модель описуються дифузійними стохастичними рівняннями

$$\frac{d^2x(t,\omega)}{dt^2} + a_1\frac{dx(t,\omega)}{dt} + a_0x(t,\omega) = = K \cdot K(t)g(t,\omega), \tag{36}$$

$$\frac{d^2y(t,\omega)}{dt^2} + a_1\frac{dy(t,\omega)}{dt} + a_0y(t,\omega) = = K_M g(t,\omega), \tag{37}$$

де K_M — коефіцієнт підсилення моделі, K — сталий, але невідомий коефіцієнт підсилення об'єкта, $K(t)$ — перенастроюючий коефіцієнт підсилення об'єкта, $g(t,\omega)$ — вхідний випадковий процес вигляду

$$g(t,\omega) \equiv \sum_{j=0}^{2} b_j \frac{d^{2-j}x(t,\omega)}{dt^{2-j}} \cdot \frac{dw_j(t,\omega)}{dt} \in \mathbb{R}^1, \tag{38}$$

де b_j — відповідні коефіцієнти дифузії вінерових процесів $w_j(t,\omega) \in \mathbb{R}^1$, $j = \overline{0,2}$.

Знайдемо закон настроювання коефіцієнта підсилення $K(t)$ так, щоб ВСНСЕ була асимптотично стійка в l.i.m.

Розв'язання задачі полягає в розгляді стохастичного рівняння для фазової помилки $\vec{\varepsilon}(t,\omega) = \vec{x}(t,\omega) - \vec{y}(t,\omega)$, яке слід записати, виходячи з СДР (36), (37), у формі

$$\frac{d^2\varepsilon(t,\omega)}{dt^2} + a_1\frac{d\varepsilon(t,\omega)}{dt} + a_0\varepsilon(t,\omega) = \gamma(t)g(t,\omega), \tag{39}$$

де $\gamma(t) \equiv K \cdot K(t) - K_M$, — параметрична неузгодженість об'єкта (36) і еталонної моделі (37).

Вибором різного вигляду функцій Ляпунова розв'язуємо поставлену задачу.

Візьмемо спочатку функцію Ляпунова v рівною

$$v(\varepsilon) = \left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)^2 + a_0\varepsilon^2 + \lambda[\gamma(t)]^2, \tag{40}$$

$\lambda = \text{const} > 0$.

Знайдемо інфінітезимальний оператор в силу (39)

$$\mathcal{L}v(t,\varepsilon) = 2\frac{d\varepsilon}{dt}\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + 2a_0\varepsilon\frac{d\varepsilon}{dt} + 2\lambda\gamma\frac{d\gamma(t)}{dt} = = 2\frac{d\varepsilon}{dt}\gamma^{(t)}g(t,\omega) - 2a_1\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)^2 + 2\lambda\gamma\frac{d\gamma(t)}{dt}.$$

Якщо взяти в якості алгоритма настроювання коефіцієнта $K(t)$ підсилення у вигляді

$$\frac{d\gamma(t)}{dt} = -\frac{1}{\lambda}\frac{d\varepsilon}{dt}g(t,\omega), \tag{41}$$

то

$$2\frac{d\varepsilon}{dt}\gamma(t)g(t,\omega)+2\lambda\gamma\frac{d\gamma(t)}{dt}=0$$

и

$$\mathcal{L}v(t,\varepsilon)=-2a_1\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)^2\leq 0.$$

Тоді синтезована за алгоритмом (41) ВСНСЕ (36), (37) стійка в l.i.m., але не асимптотично стійка в l.i.m.

Наприклад, якщо в (36), (37) вибрати $a_1=3$, $a_0=1$, $K\cdot K(t)=\gamma g$,

$$\frac{d\gamma}{dt}=-\frac{d\varepsilon}{dt}g, \tag{41*}$$

тобто (36) набуде вигляду

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}+3\frac{d\varepsilon}{dt}+\varepsilon=\gamma g \tag{36*}$$

Отже, при $g(t)\equiv 1$, рівняння (36*) має розв'язок $\varepsilon(t)=C(1-e^{-t})$, $\gamma(t)=C(-1+e^{-t})$, $C=\text{const}$, який стійкий, але не асимптотично стійкий.

Якщо для дослідження вибрати функцію Ляпунова

$$v(\varepsilon,\frac{d\varepsilon}{dt},\gamma)=(a_1^2+a_0^2+a_0)\varepsilon^2+2a_1\varepsilon\frac{d\varepsilon}{dt}+$$

$$+(1+a_0)\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)^2+\lambda\gamma^2,$$

тоді легко записати алгоритм контура настроювання підсилення $\gamma(t)$, яке є розв'язком рівняння

$$\frac{d\gamma(t)}{dt}=-\frac{\frac{d\varepsilon}{dt}(1+a_0)+a_1\varepsilon}{\lambda}g(t). \tag{42}$$

При цьому $\mathcal{L}v(\varepsilon,\dfrac{d\varepsilon}{dt},\gamma)=-2a_0a_1(\varepsilon^2+(\dfrac{d\varepsilon}{2})^2)$. Якщо вибрати $a_0a_1>0$, тобто коефіцієнти a_0, a_1 одного знаку, то виконуються умови теореми 2 про експоненціальну стійкість в цілому за фазовою помилкою $\varepsilon(t)$.

Таким чином, достатньо стійка ВСНСЕ (36), (37), (42) будет одержана, якщо вдало вибрати стохастичну функцію Ляпунова. Метода підбору функції Ляпунова вказати на даному етапі розвитку допоміжних функцій Ляпунова в силу системи так званого другого методу Ляпунова, не представляється можливим. Це діло "рук-голови" математика-аналітика.

§5. Випадок ВСНСЕ з матрицею коефіцієнтів, залежних від скінченного числа параметрів

5.1. Матриці об'єкта, залежного від вектор-параметра

Якщо матриця коефіцієнтів залежить від скінченного числа параметрів, то контур самонастроювання значно спрощується порівняно з контуром, який задається рівнянням (25).

Припустимо, що математичною моделлю об'єкта (Рис.1) є СДР

$$\frac{d\vec{x}(t,\omega)}{dt}=A(\vec{q})\vec{x}(t,\omega)+\delta\vec{z}(t,\omega)+\vec{f}(t,\omega), \tag{43}$$

а еталонною моделлю — СДР

$$\frac{d\vec{y}(t,\omega)}{dt}=A(\vec{q}^{\,0})\vec{y}(t,\omega)+\delta\vec{z}(t,\omega)+\vec{f}(t,\omega), \tag{44}$$

де $\vec{f}(t,\omega)$ — випадковий процес, заданий на ймовірнісному базисі $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{F},\mathbb{P})$ з потоком σ-алгебр $\mathbb{F}=\{\mathcal{F}_t,t\geq t_0\}$ лінійною комбінацією попарно незалежних "білих шумів"[32] (3).

Тут вектор параметрів $\vec{q}\in\mathbb{R}^m$, $A(\vec{q}^{\,0})$ — гурвіцева матриця, $\delta\vec{z}(t,\omega)$ — вектор, який продукується контуром самонастроювання (см. Рис. 1).

Задача. Визначити структуру і алгоритм зміни вектора $\delta\vec{z}$, для якого $\vec{\varepsilon}(t,\omega)\equiv x(t,\omega)-y(t,\omega)\to 0$ при $t\to+\infty$.

При цьому вектор фазової помилки $\vec{\varepsilon}(t)\in\mathbb{R}^n$, очевидно, задовольняє рівняння

$$\frac{d\vec{\varepsilon}(t,\omega)}{dt}=A(\vec{q}^{\,0})\vec{\varepsilon}(t,\omega)+[A(\vec{q})-A(\vec{q}^{\,0})]x(t,\omega)+$$

$$+\delta z(t,\omega). \tag{45}$$

Запишемо розклад матриці $A(\vec{q})$ в ряд [35]:

$$A(\vec{q})-A(\vec{q}^{\,0})=\sum_{i=1}^{m}\Delta\vec{q}_i\frac{\partial A(\vec{q})}{\partial q_i}\bigg|_{\vec{q}=\vec{q}^{\,0}}+o(|\Delta\vec{q}|). \tag{46}$$

Введемо, як це було зроблено вище, вектор
$$\delta\vec{z}(t,\omega)=\sum_{i=1}^{m}\delta q_i(t)B_i(t), \qquad (47)$$
де
$$B_i(t,\omega)\equiv\left.\frac{\partial A(\vec{q})}{\partial q_i}\right|_{\vec{q}=\vec{q}^0}x(t,\omega),$$
а для скалярних функцій $\delta q_i(t)$, $i=\overline{1,m}$, побудуємо алгоритм, який сформулюємо нижче.

Далі, перепишемо СДР для вектора фазової помилки (45) з урахуванням (46) і (47):
$$\frac{d\vec{\varepsilon}(t,\omega)}{dt}=A(\vec{q}^0)\vec{\varepsilon}(t,\omega)+\sum_{i=1}^{m}(\Delta\vec{q}_i+\delta q_i(t))\times$$
$$\times\frac{\partial A}{\partial q_i}x(t,\omega)+o(|\Delta\vec{q}|)x(t,\omega). \qquad (48)$$

Припустимо, що елементи матриці $A(\vec{q})$ лінійно залежать від $\vec{q}$ (для більшості реальних задач цього достатньо за заданою похибкою методу). Отже, останній доданок в (48) буде дорівнювати нулю і (48) набуде вигляду
$$\frac{d\varepsilon(t,\omega)}{dt}=A(\vec{q}^0)\vec{\varepsilon}(t,\omega)+\sum_{i=1}^{m}\beta_i(t)\frac{\partial A}{\partial q_i}x(t,\omega), \qquad (49)$$
де
$$\beta_i(t)=\Delta q_i+\delta q_i(t).$$

Подальший алгоритм синтеза контура самонастроювання полягає у виборі функції Ляпунова вигляду
$$v(\vec{\varepsilon},\vec{\beta},t)=\vec{\varepsilon}^T H(t,\vec{x},\vec{y})\vec{\varepsilon}+\sum_{i=1}^{m}\beta_i^2(t),$$
$$H=H^T>0_{n\times n}.$$

Слабкий інфінітезимальний оператор $\mathcal{L}v$ в силу (49) легко порахувати:
$$\mathcal{L}v(\vec{\varepsilon},\vec{\beta},t)=\vec{\varepsilon}^T(A^T(\vec{q}^0)H+HA(\vec{q}^0)+$$
$$+B^THB+\frac{dH}{dt})\vec{\varepsilon}+\sum_{i=1}^{m}\beta_i(t)\left[B_i^TH\vec{\varepsilon}+\vec{\varepsilon}^THB_i+\right.$$
$$\left.+2\frac{d\beta_i(t)}{dt}\right]. \qquad (50)$$

В силу симетричності матриці H під знаком суми в (50) $B_i^TH\vec{\varepsilon}+\vec{\varepsilon}^THB_i=0$ і алгоритм налаштування параметрів $\delta q_i(t)$ слід визначити системою СДР
$$\frac{d}{dt}(\delta q_i(t))=\frac{d\beta_i(t)}{dt}=-B_i^TH\vec{\varepsilon}=$$
$$=-\vec{x}^T(t,\omega)\left(\frac{\partial A}{\partial q_i}\right)^T H\vec{\varepsilon}, \qquad (51)$$
за початковими умовами
$$\beta_i(0)=\Delta q_i,\quad \delta q_i(0)=0\quad t_0=0. \qquad (52)$$

Теорема 3. *Нехай: 1) об'єкт описується системою СДР (43) з еталоною моделлю (44); 2) матриця $H(t,\vec{x},\vec{y})$ задовольняє умови (32), (33), де $A\equiv A(\vec{q}^0)$, елементи матриці $A(\vec{q})$ лінійно залежать від параметрів, причому $A(\vec{q}^0)$ — гурвіцева матриця.*

Тоді ВСНСЕ (49), (52) асимптотично стійка в l.i.m. за $\vec{\varepsilon}(t,\omega)$ і $\beta_i(t,\omega)$ і експоненціально p-стійка в цілому за фазовою помилкою $\vec{\varepsilon}(t,\omega)$.

Доведення проводиться аналогічно, як і доведення теорем 1, 2.

5.2. Випадок матриці об'єктів, квадратично залежних від параметрів

Нехай в системі СДР (43), якою описується об'єкт з урахуванням випадкових збурень вінерового типу, матриця $A(\vec{q})$ квадратично залежить від параметрів. Тоді
$$A(\vec{q})-A(\vec{q}^0)=\sum_{i=1}^{m}\Delta q_i\left.\frac{\partial A}{\partial q_i}\right|_{\vec{q}=\vec{q}^0}+$$
$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\Delta q_i\Delta q_j\left.\frac{\partial^2 A}{\partial q_i\partial q_j}\right|_{\vec{q}=\vec{q}^0},$$
а відповідна система СДР для фазової помилки $\vec{\varepsilon}(t,\omega)$ набуде вигляду системи СДР
$$\frac{d\vec{\varepsilon}(t,\omega)}{dt}=A(\vec{q}^0)\vec{\varepsilon}(t,\omega)+\sum_{i=1}^{n}\beta_i(t)\frac{\partial A}{\partial q_i}\vec{x}(t,\omega)+$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\gamma_{ij}(t)\frac{\partial^2 A}{\partial q_i \partial q_j}\vec{x}(t,\omega), \qquad (53)$$

де $\gamma_{ij}(t) \equiv \Delta q_i \Delta q_j + \delta\gamma_{ij}(t)$.

Тоді векторний випадковий процес $\delta\vec{z}(t,\omega) : [0,\infty)\times\Omega \to \mathbb{R}^n$ слід вибрати у вигляді

$$\delta\vec{z}(t,\omega) = \sum_{i=1}^{m}\delta q_i(t)\frac{\partial A}{\partial q_i}\vec{x}(t,\omega)+$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\delta\gamma_{ij}(t)\frac{\partial^2 A}{\partial q_i \partial q_j}\vec{x}(t,\omega).$$

Логічно, що стохастичну функцію Ляпунова v слід вибрати у формі

$$v(t,\vec{\varepsilon},\beta_i,\gamma_{ij}) = \vec{\varepsilon}^T H\vec{\varepsilon} + \sum_{i=1}^{m}\beta_i^2 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}^2. \qquad (54)$$

Тоді аналогічно до пункта 5.1 для $\beta_i(t)$ одержимо алгоритм (51), (52), а для $\gamma_{ij}(t)$ наступний алгоритм:

$$\frac{d}{dt}(\delta\gamma_{ij}(t)) = \frac{d\gamma_{ij}(t)}{dt} = -\vec{x}(t,\omega)\frac{\partial^2 A^T}{\partial q_i \partial q_j}H\vec{\varepsilon}(t,\omega), \qquad (55)$$

$$\gamma_{ij}(0) = \Delta q_i \Delta q_j. \qquad (56)$$

Для ВСНСЕ (51), (52), (55) має місце асимптотична стійкість в l.i.m. за $\vec{\varepsilon}$, β_i, γ_{ij} і експоненціальна p-стійкість в цілому за фазовою помилкою $\vec{\varepsilon}(t,\omega)$.

Зауваження 4. Для загального випадку матриці $A(\vec{q})$, елементи якої довільно залежать від параметрів системи (43), (44), не може бути навіть стійкою в l.i.m.

6. Деякі зауваженя про нелінійні об'єкти

Нехай на ймовірнісному базисі $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{F},\mathbb{P})$ з потоком σ-алгебр $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ нелінійний об'єкт описується нелінійною системою СДР вигляду

$$\frac{d\vec{x}(t,\omega)}{dt} = (A+\Delta A)\vec{x}(t,\omega)+$$

$$+\delta A(t)\vec{x}(t,\omega) + F(t,\vec{x}(t,\omega)) \qquad (57)$$

з еталонним з'язком

$$\frac{d\vec{y}(t,\omega)}{dt} = A\vec{y}(t,\omega) + F(t,\vec{y}(t,\omega)). \qquad (58)$$

Тут матриці $A, \Delta A$ і δA визначені в §2.

$$F(t,x(t,\omega)) \equiv B(t,\vec{x}(t,\omega))\frac{d\vec{w}(t,\omega)}{dt}, \qquad (59)$$

де

$$B(t,\vec{x}(t,\omega)) \equiv$$

$$\equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ b_1(t,\vec{x}) & b_2(t,\vec{x}) & ... & b_n(t,\vec{x}) \end{bmatrix},$$

а $\dfrac{d\vec{w}(t,\omega)}{dt}$ визначено у (10*).

Для простоти будемо вважати, що нелінійна частина $F(t,\vec{x}(t,\omega))$ відома, а невизначеності можуть бути тільки в лінійній частині.

Задача. Побудувати такий контур самонастроювання, при якому

$$l.i.m.\vec{\varepsilon}(t,\omega) \equiv l.i.m.(\vec{x}(t,\omega) - \vec{y}(t,\omega)) = 0$$

при $t \to +\infty$.

6.1. Перший алгоритм побудови контура самонастроювання для нелінійних ВСНСЕ

Легко бачити, що система СДР для фазової помилки $\vec{\varepsilon}(t)$ набуде вигляду

$$\frac{d\vec{\varepsilon}(t,\omega)}{dt} = A\vec{\varepsilon}(t,\omega) + D(t)\vec{\alpha}(t,\omega)+$$

$$+F(t,\vec{x}(t,\omega)) - F(t,\vec{y}(t,\omega)) = A\vec{\varepsilon}(t,\omega)+$$

$$+D(t)\vec{\alpha}(t,\omega) + \left(\frac{dF}{dy}(t,\vec{y}(t,\omega))\right)^T\vec{\varepsilon}(t,\omega)+$$

$$+o(|\vec{\varepsilon}(t,\omega)|) = M(t,\omega)\vec{\varepsilon}(t,\omega) + D(t)\vec{\alpha}(t,\omega)+$$

$$+o(|\vec{\varepsilon}(t,\omega)|), \qquad (60)$$

де

$$M(t,\omega) = A + \left[\frac{\partial F}{\partial y}(t,\vec{y}(t,\omega))\right]^T\vec{\alpha}(t,\omega)+$$

$$+o(|\vec{\varepsilon}(t,\omega)|),$$

а $\vec{\alpha}(t,\omega)$ и $D(t)$ мають вигляд §2—5.

Алгоритм побудови контура самонастроювання візьмемо у вигляді (27), (28). Дослідимо стійкість одержаної ВСНСЕ (60), (27), (28). Для цього вибираємо функцію Ляпунова

$$v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) = \vec{\varepsilon}^T H(t,\vec{x},\vec{y})\vec{\varepsilon} + \vec{\alpha}^T\vec{\alpha}$$

з матрицею H, яка задовольняє умови (32), (33) теореми 2. Тоді слабкий інфінітезимальний оператор в силу (27), (28), (60) легко порахувати:

$$\mathcal{L}v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) = \mathbb{E}\{-\vec{\varepsilon}^T[M^T(t,\omega)H(t)+$$

$$+H(t)M(t,\omega)+B^T H(t)B+\frac{dH}{dt}]\vec{\varepsilon}\}+\mathbb{E}\{0|\varepsilon|^2\}.$$

Якщо вимагати виконання умови

$$M^T(t,\omega)H(t)+H(t)M(t,\omega)+B^T H(t)B+$$

$$+\frac{dH}{dt} \le -k_3|\vec{\varepsilon}_0|^2$$

з імовірністю одиниця, то, як і в §5, встановлюється асимптотична стійкість в l.i.m. (60), (27), (28) за $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{\alpha}$ і експоненціальна стійкість за $\vec{\varepsilon}$.

Зауваження 5. Стохастична стійкість ВСНСЕ (60), (27), (28) встановлюється для одного фіксованого режима $y(t,\omega) \in \mathbb{R}^n$ еталонної моделі. А це означає, що при одному контурі самонастроювання ВСНСЕ може бути стійкою на певному режимі і нестійкою на іншому режимі. До того ж не будь-який режим нелінійної ВСНСЕ може бути зроблений стійким. Для цього необхідно, щоб всі власні значення стохастичної матриці $A + \left[\frac{dF}{dy}(t,y(t,\omega))\right]^T$ $\forall\, t \ge t_0$ лежали в лівій півплощині. Але, незважаючи на це, для достатньо широких класів нелінійностей вказаний алгоритм дозволяє синтезувати стійкі у ймовірнісному розумінні ВСНСЕ.

Модельна задача №2. Розглянемо стохастичні диференціальні рівняння, які описують об'єкт і еталонну модель

$$\frac{d^2x(t,\omega)}{dt^2} + a_1\frac{dx(t,\omega)}{dt} + a_0x(t,\omega) =$$

$$= f(x(t,\omega)) + k\cdot k(t)g; \qquad (61)$$

$$\frac{d^2y(t,\omega)}{dt^2} + a_1\frac{dy(t,\omega)}{dt} + a_0y(t,\omega) =$$

$$= f(y(t,\omega)) + K_M g. \qquad (62)$$

Тут $f(x)$ і $f(y)$ містять нелінійним чином вінерові процеси.

Побудуємо контур настроювання коефіцієнта підсилення $k(t)$.

Розв'язання. Припустимо, що нелінійність $f(y(t,\omega))$ з імовірністю одиниця задовольняє умову Ліпшиця:

$$|f(y) - f(y+\varepsilon)| \le L|\varepsilon|. \qquad (63)$$

За умови $L < a_0$ вибираємо контур настроювання для $k(t)$, як розв'язок рівняння

$$\frac{dk(t)}{dt} = -\frac{\frac{d\varepsilon}{dt}(a_0 - L + 1) + a_1\varepsilon}{\lambda}g,$$

який забезпечує асимптотичну стійкість в l.i.m. ВСНСЕ і експоненціальну p-стійкість в цілому за $\varepsilon(t)$. Для цього слід повторити міркування модельної задачі №1.

6.2. Другий алгоритм побудови контура самонастроювання для нелінійних ВСНСЕ

Розглянемо нелінійну ВСНСЕ (57), (58), в якій нелінійна еталонна модель (58) має асимптотично стійкий в l.i.m. розв'язок $\vec{y}^*(t,\omega) \in \mathbb{R}^n$.

Задача. Знайти алгоритм контура самонастроювання, при якому фазові змінні об'єкта $x(t,\omega) \in \mathbb{R}^n$ задовольняють умову $\lim\limits_{t\to\infty} \mathbb{E}\{|x(t,\omega) - \vec{y}^*(t,\omega)|^2\} = 0$.

Для цього будемо вважати, що для випадкового процесу $\vec{y}^*(t,\omega)$ відома додатно визначена функція Ляпунова $v_1(t,\vec{\xi})$, слабкий інфінітезимальний оператор якої $\mathcal{L}v_1(t,\vec{\xi}) < 0$ в силу СДР

$$\frac{d\vec{\xi}(t,\omega)}{dt} = A\xi(t,\omega) + F(t,\vec{y}^*(t,\omega) + \vec{\xi}(t,\omega)) -$$

$$-F(t,\vec{y}^*(t,\omega)).$$

Позначивши через $\vec{\varepsilon}(t,\omega) \equiv \vec{x}(t,\omega) - \vec{y}^*(t,\omega)$ фазову похибку об'єкта по відношенню до розв'язку $\vec{y}^*(t,\omega)$, рівняння для якої набуде вигляду

$$\frac{d\vec{\varepsilon}(t,\omega)}{dt} = A\vec{\varepsilon}(t,\omega) + F(t,\vec{y}^*(t) + \vec{\varepsilon}(t,\omega)) - $$
$$-F(t,\vec{y}^*(t,\omega)) - D(t)\vec{\alpha}(t,\omega). \qquad (63)$$

Далі слід побудувати функцію Ляпунова вигляду $v(t,\vec{\varepsilon},\vec{\alpha}) = v_1(t,\vec{\varepsilon}) + \vec{\alpha}^T\vec{\alpha}$.

При цьому, очевидно, рівняння контура самонастроювання має вигляд

$$\frac{d\alpha(t,\omega)}{dt} = -D^T(t)\frac{\partial v_1(t,\varepsilon)}{\partial\varepsilon}. \qquad (64)$$

Тоді слабкий інфінітезимальний оператор $\mathcal{L}v$ в силу рівняннь (63), (64) дорівнює $\mathcal{L}v = v_1 \leq 0$.

Таким чином, $\mathcal{L}v$ не додатний і від'ємно визначений відносно ε. Отже, в силу теорем 2 і 3 випливає асимптотична стійкість в l.i.m. ВСНСЕ (63), (64) за $\vec{\varepsilon}$ і $\vec{\alpha}$ та експоненціальна p-стійкість за $\vec{\varepsilon}$.

Зауваження 6. В реальних практичних ситуаціях $\vec{\varepsilon}(t,\omega)$ відомо з деякою похибкою $\delta\varepsilon(t)$, а матриця ΔA повільно змінюється з плином часу.

Тоді замість алгоритму адаптації (27), (28) для параметричної неузгодженості $\vec{\alpha}(t,\omega)$ можна одержати систему СДР

$$\frac{d\alpha(t,\omega)}{dt} = -D^T(t)H(t,\vec{x},\vec{y})\vec{\varepsilon}(t,\omega) =$$
$$= \frac{d}{dt}[\Delta A(t) - D^T(t)H(t,\vec{x},\vec{y})\delta\vec{\varepsilon}(t,\omega)] =$$
$$= -D^T(t)H(t,\vec{x},\vec{y})\vec{\varepsilon}(t,\omega) + g(t,\omega). \qquad (65)$$

Систему СДР (65) можна розглядати як систему стохастичних диференціальних рівнянь (27), на яку діють постійно діючі випадкові збурення, малі за абсолютною величиною.

Для систем СДР типу (65) мають місце теореми про асимптотичну стійкість в l.i.m. і експоненціальну p-стійкість [23—25].

Зауважимо, що викладену теорію адаптивних самонастроювальних систем можна ефективно використовувати в якості одного із методів ідентифікації стохастичних систем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Цыпкин Я.З.* Адаптация и обучение в автоматических системах.— М.: Наука, 1968.— 399 с.

2. *Петров Б.Н., Рутковский В.Ю., Земляков С.Д., Крутова И.Н., Ядыкин И.Б.* Некоторые вопросы теории беспоисковых самонастраивающихся систем. I. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика.— 1976.— №2.— С.154—163.

3. *Петров Б.Н., Рутковский В.Ю., Крутова И.Н., Земляков С.Д.* Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления.— М.: Машиностроение, 1972.— 259 с.

4. *Landau I.D.* Model reference adaptive systems. A survey (MRAS). What is possible and why // Trans. ASME. Ser. G.J. Dyn. Syst. Measurements Contr.— 1972.— Vol.94, №2.— P.119—132.

5. *Landau I.D.* A survey of model reference adaptive techniques // Theory and Applications. Automatica.— 1974.— Vol.10, №4.— P.353—379.

6. *Громыко В.Д., Санковский Е.А.* Самонастраивающиеся системы с моделью.— М.: Энергия, 1974.— 79 с.

7. *Козлов Ю.М., Юсупов Р.М.* Беспоисковые самонастраивающиеся системы.— М.: Наука, 1969.— 456 с.

8. *Косиков В.С., Павлов Б.В.* Некоторые вопросы анализа и синтеза беспоисковых самонастраивающихся систем с эталонной моделью // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика.— 1975.— №2.— С.188—199.

9. *Костюк В.И.* Беспоисковые градиентные самонастраивающиеся системы.— К.: Техника, 1969.— 275 с.

10. *Солодовников В.В., Шрамко Л.С.* Расчет и проектирование аналитических самонастраивающихся систем с эталонными моделями.— М.: Машиностроение, 1972.— 270 с.

11. *Hang C.C.* On the design of multivariable model-reference adaptive control systems // Int. J. Contr.— 1974.— Vol. 19, №2.— P.365—372.

12. *Devand Fr.M., Caron J.Y.* Asymptotic stability of model reference systems with bang-bang control // IEEE Trans. Automat. Contr.— 1975.— Vol.20, №5.— P.694—696.

13. *Monopoli P.V.* Model reference adaptive control with an augmented error signal // IEEE Trans. Automat. Contr.— 1974.— Vol.19, №5.— P.474—484.

14. *Parks P.C.* Liapunov redesign of model refrence adaptive control systems // IEEE Trans. Automat. Contr.— 1966.— Vol.11, №3.— P.362—367.

15. *Барбашин Е.А.* Введение в теорию устойчивости.— М.: Наука, 1967.— 223 с.

16. *Малкин И.Г.* Теория устойчивости движения. Изд. 2-е, испр.— М.: Наука, 1966.— 530 с.

17. *Зубов В.И.* Устойчивость движения. Методы

Ляпунова и их применение.— М.: Высшая школа, 1973.— 272 с.

18. *Меркин Д.Р.* Введение в теорию устойчивости движения.— М.: Наука, 1987.— 304 с.

19. *Кореневский Д.Г.* Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии.— К.: Наук. думка, 1989.— 208 с.

20. *Красовский Н.Н.* Некоторые задачи теории устойчивости движения.— М.: Физматгиз, 1959.— 211 с.

21. *Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последействием.— М.: Наука, 1981.— 448 с.

22. *Еремин Е.П., Нгуен Тхук Лоан., Чхартишвили Г.С.* Беспоисковая система идентификации с моделью, синтезируемая по критерию гиперустойчивости // Автоматика и телемеханика.— 1973.— №5.— С.54—65.

23. *Царьков Е.Ф., Ясинский В.К.* Квазилинейные стохастические дифференциально-функциональные уравнения.— Рига: Ориентир, 1990.— 304 с.

24. *Свердан М.Л., Царков Є.Ф., Ясинський В.К.* Стійкість у стохастичному моделюванні складних динамічних систем.— Снятин: Над Прутом, 1996.— 448 с.

25. *Ясинський В.К., Ясинський Є.В.* Задачі стійкості та стабілізації динамічних систем зі скінченною післядією.— К.: ТВіМС, 2005.— 580 с.

26. *Дарийчук И.В., Никитин А.В., Ясинский В.К.* Анализ устойчивости стохастических систем с пуассоновскими возмущениями. II. Устойчивость решений в среднем квадратичном систем линейных стохастических дифференциальных уравнений с пуассоновскими возмущениями // Кибернетика и системный анализ.— 2005.— №6.— С.50—66.

27. *Королюк В.С., Мусуривский В.И., Ясинский В.К.* Стабилизация импульсных динамических систем с конечным последействием при наличии марковских параметров // Проблемы управления и информатики.— 2008.— №1.— С.15—35.

28. *Королюк В.С., Царков Є.Ф., Ясинський В.К.* Ймовірність, статистика і випадкові процеси.В 3-х томах.— Т.3. Випадкові процеси. Теорія і статистичне комп'ютерне моделювання.— Чернівці: Золоті литаври, 2008.— 768 с.

29. *Кац И.Я.* Метод функции Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации систем случайной структуры.— Екатеринбург: Изд-во Уральской государственной академии путей сообщения, 1998.— 222 с.

30. *Тихонов В.И., Миронов М.А.* Марковские процессы.— М.: Изд-во "Советское радио", 1977.— 488 с.

31. *Дынкин Е.Б.* Марковские процессы.— М.: Физматгиз, 1963.— 821 с.

32. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Стохастические дифференциальные уравнения и их применение.— К.: Наук. думка, 1980.— 612 с.

33. *Юрченко І.В., Ясинська Л.І., Ясинський В.К.* Методи стохастичного моделювання систем.— Чернівці: Вид-во "Прут", 2002.— 414 с.

34. *Дарийчук И.В., Ясинский В.К., Ясинский Е.В.* Анализ устойчивости стохастических систем с пуассоновскими возмущениями. I. Общий анализ устойчивости решений стохастических дифференциальных уравнений с пуассоновскими возмущениями // Кибернетика и системный анализ.— 2005.— №4.— С.66—78.

35. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц.— М.: Наука, 1967.— 576 с.

36. *Икрамов Х.Д.* Численное решение матричных уравнений.— М.: Наука, 1984.— 576 с.

37. *Свердан М.Л., Царков Є.Ф., Ясинський В.К.* Стохастичні динамічні системи із скінченною післядією.— Чернівці: Вид-во "Зелена Буковина", 2000.— 560 с.