УДК 517.982

©2010 р. І.В. Красікова, М.М. Попов

Запорізький національний університет, Запоріжжя;

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича;

ПРО ОДНЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОНЯТТЯ КОМПАКТНОГО ОПЕРАТОРА НА ПРОСТОРАХ L_p

Використовуючи техніку Б. Маре, яку він запропонував для доведення знаменитої теореми Енфло про примарність простору L_p, ми вводимо і досліджуємо поняття *міри Маре* довільного лінійного неперервного оператора на просторі L_p і поняття *оператора Маре*, яке можна розглядати як узагальнення поняття компактного оператора на просторах L_p. Основний результат стверджує, що кожний оператор, який не є оператором Маре, є ізоморфізмом на деякому підпросторі, ізоморфному L_p. Оскільки множина операторів Маре є підпростором простору всіх лінійних неперервних операторів, який не містить тотожного оператора, цю теорему можна розглядати як узагальнення теореми Енфло про примарність.

Using a technique of B. Maurey which he has proposed for the proof of the famous Enflo theorem on primarity of the space L_p, we introduce and investigate a notion of *Maurey measure* for arbitrary continuous linear operator acting on L_p and a notion of *Maurey operator*. The last notion can be considered as a generalization of the notion of compact operator on L_p-spaces. The main result asserts that every operator which is not a Maurey operator is an isomorphic embedding on some subspace isomorphic to L_p. Since the set of all Maurey operators is a subspace of the space of all continuous linear maps not containing the identity, this result can be considered as a generalization of Enflo's theorem on primarity.

Знаменита теорема Енфло про примарність стверджує, що якщо простір $L_p = L_p[0,1]$ при $1 \le p < \infty$ розбито у пряму суму своїх підпросторів[1] $L_p = X \oplus Y$, то, принаймні, один з цих підпросторів ізоморфний до L_p. При $1 < p < \infty$ доведення теореми Енфло опубліковано в [1]; при $p = 1$ твердження цієї теореми ви-пливає з результатів статі Енфло-Старбьор-да [2], а при $p = 2$ є очевидним. У [4, p. 179] читач може ознайомитися з доведенням теореми Енфло, узагальненої на деякі переставляльно-інваріантні простори. Крім того, доведення теореми Енфло для випадку $1 < p < \infty$ опубліковане у записках семінару Маре-Шварца [3].

Метою даної роботи є аналіз техніки, запропонованої автором роботи [3] для доведення теореми Енфло. Для фіксованого оператора $T \in \mathcal{L}(L_p)$ при $1 < p < \infty$ ми вводимо міру на борелівській σ-алгебрі $\mathcal{B}$ підмножин відрізка $[0,1]$, «малість» якої, у певній мірі, означає «малість» самого оператора (через $\mathcal{L}(X)$ ми позначаємо простір усіх лінійних неперервних операто-рів $T : X \to X$, що діють на банаховому просторі X). Ця міра Маре індукує напів-норму на просторі $\mathcal{L}(L_p)$. Оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ ми називаємо *оператором Маре*, якщо його напівнорма дорівнює нулю. Основний результат стверджує, що якщо оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ не є оператором Маре, то він є оператором Енфло (згідно з [2], оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ називається *оператором Енфло*, якщо існує підпростір $X \subseteq L_p$, ізоморфний до L_p, такий, що звуження $T|_X$ оператора T на X є ізоморфним вкладенням (тобто, обмеженим знизу оператором). Доведення основного результату стисле, а доведення лем, які є стандартними, пропущені.

Позначимо через X одиничну кулю про-

[1] підпростір банахового простору, згідно з означенням, повинен бути замкненим

стору L_∞ зі слабкою* топологією $\sigma(L_\infty, L_1)$. Для кожної множини $A \in \mathcal{B}$ покладемо

$$X(A) = \Big\{h \in X:\ h^2 = \mathbf{1}_A,\ \int_{[0,1]} h\,d\mu = 0\Big\},$$

де $\mathbf{1}_A$ – характеристична функція множини $A \subseteq [0,1]$. Будемо розглядати $X(A)$ з топологією, індукованою X. Для довільного $T \in \mathcal{L}(L_p)$ у [3] послідовно визначено

$$\tilde{M}_T(A) = \limsup_{X(A)\ni h\to 0} \int_{[0,1]} hTh,\, d\mu$$

$$M_T(A) = \inf\Big\{\sum_{k=1}^{n} \tilde{M}_T(A_k) : n \in \mathbb{N}, A = \bigsqcup_{k=1}^{n} A_k\Big\}. \tag{1}$$

Наведемо два твердження з [3], які стосуються властивостей $M_T(A)$.

Лема 1. *Означена вище функція $M_T(A)$ має такі властивості для кожної множини $A \in \mathcal{B}$ та довільних операторів $S, T \in \mathcal{L}(L_p)$*

(i) M_T є зліченно-адитивною мірою (не обов'язково додатною) на $\mathcal{B}$;

(ii) $|M_T(A)| \le \|T\|\,\mu(A)$;

(iii) $M_{S+T}(A) \le M_S(A) + M_T(A)$.

З леми 1 випливає, що міра M_T має похідну Радона-Нікодима $F_T \in L_1$ (з *(ii)* випливає $|F_T| \le \|T\|$ майже скрізь, а отже, $F_T \in L_\infty$ з $\|F_T\|_\infty \le \|T\|$), тобто для кожного $A \in \mathcal{B}$ виконується рівність

$$M_T(A) = \int_A F_T\,d\mu. \tag{2}$$

Лема 2. *Нехай $T \in \mathcal{L}(L_p)$. Тоді для кожного $\varepsilon > 0$, кожної множини $A \in \mathcal{B}$ та кожного околу нуля V в X існує така функція $h \in X(A) \cap V$, що*

$$\Big|M_T(A) - \int_{[0,1]} hTh\,d\mu\Big| < \varepsilon.$$

Означення. Нехай $T \in \mathcal{L}(L_p)$ – довільний оператор. Міру M_T на борелівській σ-алгебрі $\mathcal{B}$, визначену за допомогою (1), будемо називати *верхньою мірою Маре* оператора T, а функцію $F_T \in L_\infty$, означену умовою (2), назвемо *верхньою похідною Маре* оператора T.

Аналогічно можна визначити *нижню міру Маре* m_T на $\mathcal{B}$ та *нижню похідну Маре* f_T оператора $T \in \mathcal{L}(L_p)$, якщо покласти для кожного $A \in \mathcal{B}$

$$\tilde{m}_T(A) = \liminf_{X(A)\ni h\to 0} \int_{[0,1]} hTh\,d\mu,$$

$$m_T(A) = \sup\Big\{\sum_{k=1}^{n} \tilde{m}_T(A_k) : n \in \mathbb{N}, A = \bigsqcup_{k=1}^{n} A_k\Big\}. \tag{3}$$

Якщо перейти від оператора T до оператора $-T$ і врахувати, що

$$\liminf_{X(A)\ni h\to 0} \int_{[0,1]} hTh\,d\mu =$$

$$= -\limsup_{X(A)\ni h\to 0} \int_{[0,1]} h\,(-T)h\,d\mu$$

та $\sup D = -\inf(-D)$ для кожної підмножини $D \subseteq \mathbb{R}$, можна отримати зв'язок між нижніми та верхніми мірами Маре.

Лема 3. *Для довільних $S, T \in \mathcal{L}(L_p)$*

(i) $m_T(A) \le M_T(A)$ для кожного $A \in \mathcal{B}$;

(ii) $m_{-T} = -M_T$ та $f_{-T} = -F_T$.

Таким чином, з лем 1 і 3 можна безпосередньо отримати наступні аналогічні результати для нижньої міри Маре.

Лема 4. *Число $m_T(A)$, яке означене в (3), має такі властивості для довільних $A \in \mathcal{B}$ та $S, T \in \mathcal{L}(L_p)$*

(i) m_T – зліченно-адитивна міра на $\mathcal{B}$;

(ii) $|m_T(A)| \le \|T\|\,\mu(A)$;

(iii) $m_{S+T}(A) \ge m_S(A) + m_T(A)$.

З цього випливає, що міра m_T має похідну Радона-Нікодима $f_T \in L_\infty$ з умовою $\|f_T\| = \|f_T\|_{L_\infty} \le \|T\|$, тобто для кожного $A \in \mathcal{B}$ виконується рівність

$$m_T(A) = \int_A f_T\,d\mu.$$

Лема 5. *Нехай $T \in \mathcal{L}(L_p)$. Тоді для кожного $\varepsilon > 0$, кожної множини $A \in \mathcal{B}$ та* *кожного околу нуля V в X існує такий елемент $h \in X(A) \cap V$, що*

$$\left| m_{_T}(A) - \int_{[0,1]} h\, Th\, d\mu \right| < \varepsilon.$$

З леми 3 одержується такий результат.

Лема 6. *Для довільних операторів $S, T \in \mathcal{L}(L_p)$ виконується нерівність:*

$$f_{_S} + f_{_T} \le f_{_{S+T}} \le F_{_{S+T}} \le F_{_S} + F_{_T}. \qquad (4)$$

Покажемо тепер, що для деяких операторів T міри $m_{_T}$ та $M_{_T}$ є різними.

Приклад. *Для кожного $1 < p < \infty$ існує оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ з $M_{_T}(A) = \mu(A)$ та $m_{_T}(A) = -\mu(A)$ для кожної множини $A \in \mathcal{B}$.*

Розіб'ємо натуральний ряд на дві нескінченні множини $\mathbb{N} = N_1 \sqcup N_2$ та покладемо[2]

$$E_j = \Big[h_i : \; 2^{m-1} \le i \le 2^m - 1, \; m \in N_j \Big],$$

$j = 1, 2$, де (h_n) – система Гаара. Визначимо оператор T на системі Гаара умовою $Tx = x$, якщо if $x \in E_1$ та $Tx = -x$, якщо $x \in E_2$. Оскільки система Гаара є безумовним базисом в L_p при $1 < p < \infty$ [4, p. 155], то оператор T коректно визначений на L_p, як різниця двох обмежених лінійних проекторів.

Для оператора $T \in \mathcal{L}(L_p)$ число

$$\|T\|_M = \max\big\{ \|f_{_T}\|, \|F_{_T}\| \big\}$$

назвемо *напівнормою Маре* оператора T.

Лема 7. *Напівнорма Маре дійсно є напівнормою на $\mathcal{L}(L_p)$, такою, що $\|T\|_M \le \|T\|$ для кожного $T \in \mathcal{L}(L_p)$.*

Оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ з умовою $\|T\|_M = 0$ будемо називати *оператором Маре.* Легко бачити, що кожний компактний оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ є оператором Маре. Дійсно, у цьому випадку $\tilde{m}_{_T}(A) = \tilde{M}_{_T}(A) = 0$.

Позначимо через $\mathcal{M}(L_p)$ множину операторів Маре на просторі L_p. З леми 7 ми отримуємо наступну властивість $\mathcal{M}(L_p)$.

Наслідок. *Множина $\mathcal{M}(L_p)$ всіх операторів Маре є замкненим лінійним підпростором простору $\mathcal{L}(L_p)$.*

[2] через $[x_i]$ ми позначаємо замикання лінійної оболонки системи (x_i)

Тепер ми готові сформулювати основний результат.

Теорема. *Кожний не-Енфло оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$ є оператором Маре.*

Іншими словами, кожний оператор $T \in \mathcal{L}(L_p)$, який не є оператором Маре, є ізоморфним вкладенням на деякому підпросторі $E \subseteq L_p$, ізоморфному L_p.

Доведення. Припустимо, від супротивного, що оператор T не є оператором ані Енфло, ані Маре. Тоді для цього оператора принаймні одне з чисел $\|f_{_T}\|, \|F_{_T}\|$ більше нуля, а оскільки $f_{_T} \le F_{_T}$, то існують така множина $B \in \mathcal{B}$ і $\delta > 0$, що $\mu(B) \ge \delta$ і виконується хоча б одна з наступних двох умов:

1. $F_{_T}(t) \ge \delta$ для кожного $t \in B$;
2. $F_{_{-T}}(t) = -f_{_T}(t) \ge \delta$ для кожного $t \in B$.

Без обмеження загальності вважаємо, що виконується умова (1) (інакше розглянемо оператор $-T$ замість T, властивість якого бути чи не бути оператором Енфло або Маре рівносильна цій самій властивості оператора T). Отже,

$$\mu\Big\{ t \in [0,1] : \; F_{_T}(t) \ge \delta \Big\} \ge \delta.$$

Доведемо, що для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться така під-σ-алгебра $\mathcal{B}_0 \subseteq \mathcal{B}$, що $B \in \mathcal{B}_0$, простір $L_p(B, \mathcal{B}_0)$ ізоморфний до L_p та, крім того, для будь-якої функції

$$f \in L_p^0(B, \mathcal{B}_0) = \{ g \in L_p(B, \mathcal{B}_0) : \int_B g(t)\, d\mu = 0 \}$$

виконується нерівність

$$\| E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - cf \| \le \varepsilon \|f\|, \qquad (5)$$

де через $E^{\mathcal{B}_0}$ ми позначаємо оператор умовного математичного сподівання відносно $\mathcal{B}_0$, який є проектором норми 1. З цього факту буде випливати, що існує такий підпростір $L_p^0(B, \mathcal{B}_0)$, звуження оператора T на який є ізоморфізмом. Дійсно, з нерівності (5) випливає, що для $f \in L_p^0(B, \mathcal{B}_0)$

$$(c - \varepsilon)\|f\| \le \|E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B \cdot Tf)\| \le \|\mathbf{1}_B \cdot Tf\| \le \|Tf\|,$$

тобто оператор T є оператором Енфло, що суперечить нашому припущенню.

Побудуємо на множині B систему функцій $\{h_n\}_{n=o}^{\infty}$, яка, у деякому сенсі, є аналогом системи Гаара. Всі ці функції будуть дорівнювати нулю на доповненні до множини B, а на самій множині будуть приймати значення $-1, 1, 0$. Покладемо $h_0 = \mathbf{1}_B$. Нехай тепер $n = 2^m + i,\ m = 0, 1, 2, ...,\ i = 0, 1, ..., 2^m - 1$. Припустимо, що функції $h_0, h_1, ..., h_{n-1}$ вже побудовано. Визначимо множину $B_n = B_{2^m+i} = \{t \in B : h_{2^{m-1}+[\frac{i}{2}]}(t) = (-1)^i\}$ та побудуємо функцію h_n таким чином, щоб виконувалися наступні умови:

(i) $h_n \in X(B_n)$;

(ii) $|(Th_n, h_n) - M_T(B_n)| \le \frac{\varepsilon}{3} \cdot 2^{-(n+1)} \cdot \mu(B_n)$;

(iii) $|(h_i, Th_n)| \le (\frac{\varepsilon}{3} \cdot 2^{-(n+1)} \cdot \|h_n\|_p)(2^{-(i+1)} \cdot \|h_i\|_q)$ для $i = 0, 1, ..., (n-1)$;

(iv) $|(h_m, Th_i)| \le (\frac{\varepsilon}{3} \cdot 2^{-(i+1)} \cdot \|h_i\|_p)(2^{-(m+1)} \cdot \|h_m\|_q)$ для $i = 0, 1, ..., (m-1)$;

(v) $|(F_T, h_n)| \le \frac{\varepsilon}{6} \cdot 2^{-(n+1)} \cdot \mu(B_n)$.

Зауважимо, що умови $(iii), (iv), (v)$ означають просто, що функція h_n належить деякому околу нуля V_n в X. За лемою 2 функцію $h_n \in X(B_n) \cap V_n$ можна вибрати так, щоби виконувалась умова (ii). Позначимо тепер через $\mathcal{B}_0$ під-σ-алгебру $\mathcal{B}$, яка породжується функціями $\{h_n\}_{n=o}^{\infty}$, а через $\mathcal{B}_m$ – під-σ-алгебру, яка породжується $\{h_n\}_{n=o}^{m}$. Позначимо через $X_m = [h_i]_{i=0}^m$. Тоді $X_m = L_p(B, \mathcal{B}_m)$. Оскільки побудована нами система $\{h_n\}_{n=o}^{\infty}$ є ортогональною, будь-який елемент g простору X_m може бути подано у вигляді

$$g = \sum_{i=0}^{m} \left(g, \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right) \cdot \frac{h_i}{\|h_i\|_p}.$$

Оскільки $E^{\mathcal{B}_m}(\mathbf{1}_B \cdot f) \in X_m$ і $\operatorname{supp} h_i \subseteq B$, то за відомими властивостями оператора умовного математичного сподівання,

$$\left(E^{\mathcal{B}_m}(\mathbf{1}_B f), \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right) = \frac{1}{\|h_i\|_q} \int_B E^{\mathcal{B}_m}(\mathbf{1}_B f) \cdot h_i \, d\mu = \frac{1}{\|h_i\|_q} \int_B E^{\mathcal{B}_m}(\mathbf{1}_B f \cdot h_i) \, d\mu = \frac{1}{\|h_i\|_q} \int_B f \cdot h_i \, d\mu = \left(\mathbf{1}_B f, \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right),$$

тобто,

$$E^{\mathcal{B}_m}(\mathbf{1}_B f) = \sum_{i=0}^{m} \left(E^{\mathcal{B}_m}(\mathbf{1}_B f), \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right) \cdot \frac{h_i}{\|h_i\|_p} = \sum_{i=0}^{m} \left(f, \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right) \cdot \frac{h_i}{\|h_i\|_p}. \qquad (6)$$

Згідно з конструкцією, система (h_i) є ізометрично еквівалентною до системи Гаара в L_p, зокрема, є базисною системою. Тому існує границя правої частини рівності (6) при $m \to \infty$, яка дорівнює сумі відповідного нескінченного ряду. Стандартним методом можна довести, що границя лівої частини цієї рівності дорівнює умовному математичному сподіванню відносно $\mathcal{B}_0$. Таким чином, для довільного $f \in L_p$ маємо

$$E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B f) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B f), \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right) \cdot \frac{h_i}{\|h_i\|_p} = \sum_{i=0}^{\infty} \left(f, \frac{h_i}{\|h_i\|_q}\right) \cdot \frac{h_i}{\|h_i\|_p}.$$

Для функції $g = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \cdot \frac{h_i}{\|h_i\|_p}$ ми маємо оцінку

$$|\alpha_n| = \|E^{\mathcal{B}_n}(f) - E^{\mathcal{B}_{n-1}}(f)\| \le \|E^{\mathcal{B}_n}(f)\| + \|E^{\mathcal{B}_{n-1}}(f)\| \le 2\|f\|.$$

Далі визначимо функцію

$$g(t) = \begin{cases} E^{\mathcal{B}_0}(F_T(t)), & \text{якщо } t \in B; \\ 1, & \text{якщо } t \in [0,1] \backslash B. \end{cases}$$

Визначимо тепер на просторі $L_p^0(B, \mathcal{B}_0)$ лінійний неперервний оператор S, який діє у простір L_p за правилом:

$$S(f) = E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - gf.$$

Для $n \geq 1$, використовуючи стандартну техніку і умови $(i)-(v)$, можна оцінити зверху число $\|S(h_n)\|$:

$$\|S(h_n)\| \leq \varepsilon \cdot 2^{-(n+1)} \cdot \|h_n\|_p.$$

Далі потрібний наступний допоміжний результат.

Лема 8. *Нехай S - лінійний неперервний оператор, який діє із простора $L_p^0(B, \mathcal{B}_0)$ в банахів простір Y. Якщо*

$$\forall n \geq 1 \quad \|S(h_n)\| \leq \varepsilon \cdot 2^{-(n+1)} \cdot \|h_n\|_p,$$

то $\|S\| < \varepsilon$.

З леми 8 випливає, що $\|S\| < \varepsilon$. А це, в свою чергу, означає, що для будь-якої функції $f \in L_p^0(B, \mathcal{B}_0)$ виконується нерівність

$$\|E^{\mathcal{B}}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - gf\| \leq \varepsilon \|f\|. \tag{7}$$

Нам залишилося в цій останній нерівності замінити функцію g на константу c. Наведемо ще один результат з [3].

Лема 9. *Нехай (Ω, Ψ, ν) – ймовірнісний підпростір, ν – безатомна міра та f – ν-сумовна функція. Існує під-σ-алгебра Φ в Ψ така, що простір $L_p(\Omega, \Phi, p)$ є ізоморфним до L_p та $E^{\Phi} f$-константа (яка дорівнює $\int_{[0,1]} f d\mu$).*

Розглянемо за ймовірнісний простір $(B, \widetilde{\mathcal{B}}, \mu)$, де $\widetilde{\mathcal{B}} = \{D \in \mathcal{B} : D \subseteq B\}$. За лемою 9, існує така під-σ-алгебра $\widetilde{\Phi} \subset \widetilde{\mathcal{B}}$, що $E^{\widetilde{\Phi}} g = c$, тобто

$$\forall D \in \widetilde{\Phi} \qquad \int\limits_D E^{\widetilde{\Phi}} g \, d\mu = \int\limits_D g \; d\mu = \mu(D) \cdot c,$$

де

$$c = \frac{1}{\mu(B)} \int\limits_B g \; d\,\mu.$$

Оскільки на множині B виконується нерівність $\delta \leq F_T(t) \leq \|T\|$ і на B маємо $g(t) = E^{\mathcal{B}_0}(F_T(t))$, то

$$\delta \cdot \; \mu(B) \leq \int_B g \; d\,\mu = \int_B E^{\mathcal{B}_0}(F_T(t)) \; d\,\mu =$$

$$= \int_B F_T(t) \; d\,\mu \leq \|T\| \, \mu(B)$$

Отже, $\delta \leq c \leq \|T\|$.

Позначимо тепер через Φ під-σ-алгебру в $\mathcal{B}$, яка породжена $\widetilde{\Phi}$ та множиною $[0,1] \backslash B$. Тоді $E^{\Phi}(\mathbf{1}_B \cdot g) = \mathbf{1}_B \cdot E^{\Phi}(g) = c \cdot \mathbf{1}_B$.

Нехай $f \in L_p^0(B, \Phi)$. Тоді $gf = (\mathbf{1}_B \cdot g) f$ та з умови (7) одержуємо

$$\|E^{\Phi}(E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - (\mathbf{1}_B \cdot g) f)\| \leq \varepsilon \|f\|.$$

Оскільки

$$E^{\Phi}(E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - (\mathbf{1}_B \cdot g) f) =$$

$$= E^{\Phi}(E^{\mathcal{B}_0}(\mathbf{1}_B \cdot Tf)) - E^{\Phi}((\mathbf{1}_B \cdot g) f) =$$

$$= E^{\Phi}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - E^{\Phi}(\mathbf{1}_B \cdot g) \cdot f =$$

$$= E^{\Phi}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - (c \mathbf{1}_B) \cdot f = E^{\Phi}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - c \cdot f$$

ми отримуємо нарешті необхідну нерівність

$$\|E^{\Phi}(\mathbf{1}_B \cdot Tf) - c \cdot f\| \leq \varepsilon \|f\|.$$

Нарешті, простір $L_p^0(B, \Phi)$ ізоморфний до L_p, як підпростір $L_p(B, \Phi)$ корозмірності 1 (це випливає з теореми Енфло, а також може бути доведено безпосередньо). $\Box$

Зауваження. Зазначимо, що факт про те, що якщо проектор P простору L_p з $1 \leq p < \infty$ є оператором Енфло, то образ PL_p цього проектора ізоморфний до L_p, відомий давно і його можна отримати методом декомпозиції Пелчиньського, див., наприклад, [4, p. 172].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Alspach D., Enflo P., Odell E.* On the structure of separable $\mathcal{L}_p$ spaces $(1 < p < \infty)$ // Stud. Math. – 1977. – 60. – P. 79–90.

2. *Enflo P., Starbird T.* Subspaces of L^1 containing L^1 // Stud. Math. – 1979. – 65. – P. 203–225.

3. *Maurey B.* Sous-espaces compléméntes de L^p d'apres P. Enflo // Semin. Maurey - Schwartz. – 1975. – 1974-75, Exp. No III. – P. 1–14.

4. *Lindenstrauss J., Tzafriri L.* Classical Banach spaces. II. – Berlin–Heidelberg–New York: Springer–Verlag, 1979. – X, 243 p.