УДК 517.9

©2007 р. С.М. Чуйко, О.С. Чуйко

Слов'янський державний педагогічний університет, Слов'янськ

ІМПУЛЬСНІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ СИСТЕМ ІЗ ПЕРЕМИКАННЯМИ

Знайдено конструктивні умови існування розв'язків та побудовано узагальнений оператор Гріна загальної нетерової крайової задачі для лінійних систем диференціальних рівнянь із перемиканнями та імпульсним впливом типу "interface conditions"в критичному випадку.

We obtain constructive conditions for the existence of solutions and construct the generalized Green operator for a general Noetherian problem for linear systems of differential equations with switching and impulse influence of the "interface conditions"type in a critical case.

1. Вступ. Систематичне вивчення імпульсно збурених крайових задач започатковано в 30-ті роки XX сторіччя М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим з моделювання руху анкерного механізму годинника, в якому затухання коливань, спричинене тертям, компенсується періодичними поштовхами анкера. Дослідження М.М. Крилова та М.М. Боголюбова були продовжені в роботах Р. Конті, С. Швабіка, А.М. Самойленка, а також О.А. Бойчука, котрими були знайдені необхідні і достатні умови існування розв'язків імпульсно збурених систем звичайних диференціальних рівнянь в різноманітних критичних та некритичних випадках, а також конструкції оператора Гріна задачі Коші й оператора Гріна періодичної крайової задачі з імпульсним впливом.

Покажемо, що за певних умов можлива побудова узагальненого оператора Гріна задачі Коші й оператора Гріна більш загальної нетерової крайової задачі з перемиканнями та імпульсним впливом типу "interface conditions". Таким чином, розглянемо задачу про знаходження розв'язків

$$z(t) = \mathrm{col}\left(z^{(1)}(t),\ \dots\ ,\ z^{(n)}(t)\right),$$

$$z^{(j)}(\cdot) \in C^1\left\{\ [a, b\ ] \setminus \{\tau_i\}_I\right\},$$

$$z^{(j)}(\cdot) \in C[a, b],\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ n$$

лінійного однорідного рівняння з перемиканнями

$$dz/dt = A_i(t)z,\ t \in [\tau_i; \tau_{i+1}], \qquad (1)$$

які задовольняють крайову умову

$$\ell_i\ z(\cdot) = 0,\ i = 1,\ 2, \dots, p, \qquad (2)$$

тут $\ell_i z(\cdot)-$ лінійні обмежені векторні функціонали вигляду

$$\ell_i z(\cdot) = \sum_{j=0}^{i} \ell_i^{(j)} z(\cdot),$$

де

$$\ell_i^{(0)} z(\cdot) : C\ [a, \tau_1\ [\ \to R^k, ..., \ell_i^{(i)} z(\cdot) :$$
$$C\ [\tau_i, \tau_{i+1}\ [\ \to R^k, \quad i = 1,\ \dots\ ,\ p-1,\ \dots\ ,$$
$$\ell_p^{(0)} z(\cdot) : C[a, \tau_1\ [\ \to R^k,\ \dots\ , \ell_p^{(p)} z(\cdot) :$$
$$C[\tau_p,\ b\ ]\ \to R^k-$$

лінійні обмежені функціонали. Тут $A_i(t)-$ $(n \times n)-$ вимірні матриці, неперервні на відрізках

$$[a; \tau_1],\ [\tau_1; \tau_2],\ \dots\ ,\ [\tau_{p-1}; \tau_p],\ [\tau_p; b].$$

Задача (1), (2) являє собою узагальнення задач із невиродженим імпульсним впливом, докладно вивчених у працях А.М. Самойленка, М.О. Перестюка та О.А. Бойчука [2], імпульсних двоточкових задач, досліджених Р. Конті та С. Швабіком [3,4], а також імпульсних крайових задач [5-8] на випадок систем із перемиканнями. З іншого боку поставлена задача про знаходження розв'язку системи (1) з перемиканнями являє собою частинний випадок задач для гібрідних систем [9,10].

2. Лінійні крайові задачі з імпульсним впливом типу "interface conditions"для систем з перемиканнями. Нехай $W_0(t)-$ нормальна $(W_0(a) = I_n)$ фундаментальна матриця системи (1) на відрізку $[a;\tau_1]$, а $W_i(t)-$ фундаментальні матриці $(i = 1, 2, \ \dots \ , \ p)$ системи (1) на відрізках $[\tau_1;\tau_2]$, ... , $[\tau_p;b]$ Нормальна$(X_0(a) = I_n)$ фундаментальна матриця $X_0(t)$ системи (1) зображувана у вигляді

$$X_0(t) = \begin{cases} W_0(t), t \in [a;\tau_1], \ W_0(a) = I_n, \\ W_1(t), t \in [\tau_1;\tau_2], W_0(\tau_1) = W_1(\tau_1), \\ \dots\dots\dots \ \dots\dots\dots\dots \ , \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \ , \\ Wp(t), t \in [\tau_p;b], \ W_p(\tau_p) = W_{p-1}(\tau_1). \end{cases}$$

Лема 1. *Загальний розв'язок системи (1) звичайних диференціальних рівнянь з перемиканнями зображуваний у вигляді* $z(t,c) = X_0(t)c, \ c \in R^n$; *тут* $X_0(t)-$ *нормальна* $(X_0(a) = I_n)$ *фундаментальна матриця системи (1).*

Доведення. Дійсно, розв'язок системи (1) на відрізку $[a;\tau_1]$ неперервно-диференційовний, тому зображуваний у вигляді $z(t,c) = W_0(t)c, \ c \in R^n$. За умовою в точці τ_1 розв'язок системи (1) зберігає неперервність, тому на відрізку $[\tau_1;\tau_2]$ розв'язок системи (1) визначає задача Коші $z(\tau_1) = W_0(\tau_1)c$, тому $W_0(\tau_1) = W_1(\tau_1)$. Нормальна $(W_0(a) = I_n)$ фундаментальна матриця $W_0(t)$ системи (1) неперервно-диференційовна і невироджена на відрізку $[a;\tau_1]$, тому $\det W_0(\tau_1) \neq 0$, отже задача Коші $z(\tau_1) = W_0(\tau_1)c$ для системи (1) на відрізку $[\tau_1;\tau_2]$ однозначно розв'язна. Отже, розв'язок системи (1) на відрізку $[\tau_1;\tau_2]$ зображуваний у вигляді $z(t,c) = W_1(t)c, \ c \in R^n$. Побудова розв'язку системи (1) на відрізку $[\tau_2;b]$ аналогічна.

У випадку задачі про знаходження розв'язку системи (1) з неперервно-диференційовною матрицею побудована нормальна $(X_0(a) = I_n)$ фундаментальна матриця $X_0(t)$ системи (1) співпадає з традиційною неперервно-диференційовною матрицею [1].

Лема 2. *Задача Коші* $z(a) = c, \ c \in R^n$ *для системи (1), (2) з перемиканнями розв'язна тоді й тільки тоді, коли*

$$P_{Q_1^*}\ell_1^{(0)}X_0(\cdot) = 0, \ P_{Q_2^*}\Big\{\ell_2^{(0)}X_0(\cdot)+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1\Big\} =$$

$$= 0, \ \dots \ , \ P_{Q_p^*}\sum_{j=0}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)Y_j = 0.$$

У випадку $k \geq n$, *та за умови повноти рангу сталих* $(k \times n)-$ *вимірних матриць*

$$Q_1 = -\ell_1^{(1)}X_0(\cdot), \ Q_2 = -\ell_2^{(2)}X_0(\cdot), \ \dots$$

$$\dots \ , \ Q_p = -\ell_p^{(p)}X_0(\cdot)$$

задача (1), (2) має розв'язок $z(t, \ c) = X(t) \ c, \ c \in R^n$, *зображуваний нормальною* $(X(a) = I_n)$ *фундаментальною матрицею*

$$X(t) = \begin{cases} X_0(t), & t \in [a; \ \tau_1[, \\ X_0(t)Y_1, & t \in [\tau_1;\tau_2[, \\ X_0(t)Y_2, , & t \in [\tau_2;\tau_3[, \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ X_0(t)Y_p, & t \in [\tau_p; \ b]. \end{cases}$$

Тут $Y_0 = I_n, \ Y_1 = Q_1^+\ell_1^{(0)}X_0(\cdot)$,

$$Y_2 = Q_2^+\Big\{\ell_2^{(0)}X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1\Big\}, \ \dots$$

$$\dots \ , \ Y_p = Q_p^+\sum_{j=1}^{p-1}\ell_p^{(j)}X_0(\cdot)Y_j.$$

Доведення. Для знаходження невідомої сталої $(n \times n)-$ вимірної матриці Y_1, скористаємось крайовою умовою (2)

$$Q_1Y_1 = \ell_1^{(0)}X_0(\cdot), \tag{3}$$

де $Q_1 = -\ell_1^{(1)}X_0(\cdot)-$ стала $(k \times n)-$ вимірна матриця. Рівняння (3) розв'язне тоді й тільки тоді, коли

$$P_{Q_1^*}\ell_1^{(0)}X_0(\cdot) = 0. \tag{4}$$

За умови (4), у випадку $k \geq n$, якщо матриця Q_1 повного рангу, то рівняння (3) має єдиний розв'язок

$$Y_1 = Q_1^+ \ell_1^{(0)} X_0(\cdot).$$

Тут Q_1^+ – стала $(n \times k)-$ вимірна псевдообернена за Муром-Пенроузом до Q_1 матриця [1], $P_{Q_1^*}-$ ортопроектор $R^k \to N(Q_1^*)$. Тоді

$$X(t) = X_0(t) Q_1^+ \ell_1^{(0)} X_0(\cdot),\ t \in [\tau_1, \tau_2[.$$

Для знаходження сталої $(n \times n)-$ матриці Y_2, використовуємо умову (2); позначаючи $(k \times n)-$ матрицю $Q_2 = -\ell_2^{(2)} X_0(\cdot)$, одержуємо рівняння для знаходження Y_2 :

$$Q_2 Y_2 = \ell_2^{(0)} X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)} X_0(\cdot) Y_1,$$

розв'язне тоді й тільки тоді, коли

$$P_{Q_2^*}\left\{\ell_2^{(0)} X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)} X_0(\cdot) Y_1\right\} = 0 \qquad (5)$$

і однозначно розв'язне за умови повноти рангу матриці Q_2:

$$Y_2 = Q_2^+\left\{\ell_2^{(0)} X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)} X_0(\cdot) Y_1\right\}.$$

Таким чином, при $t \in [\tau_2; \tau_3[$

$$X(t) = X_0(t) Q_2^+\left\{\ell_2^{(0)} X_0(\cdot) + \ell_2^{(1)} X_0(\cdot) Y_1\right\}.$$

На проміжку $[\tau_p; b]$ шукану матрицю $X(t)$ визначає $(k \times n)-$ матриця Y_p, для знаходження якої одержуємо рівняння $(Y_0 := I_n)$

$$Q_p Y_p = \sum_{j=0}^{p-1} \ell_p^{(j)} X_0(\cdot) Y_j,$$

розв'язне тоді й тільки тоді, коли

$$P_{Q_p^*} \sum_{j=0}^{p-1} \ell_p^{(j)} X_0(\cdot) Y_j = 0. \qquad (6)$$

За умови (6) у випадку повноти рангу $(k \times n)-$ матриці $Q_p = -\ell_p^{(p)} X_0(\cdot)$ на проміжку $[\tau_p, b]$ шукана матриця $X(t)$ має вигляд

$$X(t) = X_0(t) Q_p^+ \sum_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)} X_0(\cdot) Y_j.$$

Таким чином, лему 2 доведено. У випадку невиродженого імпульсного впливу нормальна фундаментальна матриця $X(t)$ співпадає з матрицею [1,2]. Крім того нормальна фундаментальна матриця $X(t)$ задачі (1), (2) узагальнює матрицю [6] на випадок систем з перемиканнями.

3. Узагальнена неоднорідна задача Коші для систем з перемиканнями. Узагальненням, як задач з невиродженим, так і з виродженим імпульсним впливом є задача про знаходження розв'язків системи звичайних диференціальних рівнянь з перемиканнями

$$dz/dt = A_i(t) z + f_i(t),\ t \in [\tau_i; \tau_{i+1}], \qquad (7)$$

які задовольняють крайовим умовам типу "interface conditions"

$$\ell_i\ z(\cdot) = a_i,\ i = 1,\ 2, \ldots, p, \qquad (8)$$

де a_i сталі вектори, $f_i(t)-$ $n-$вимірні вектор-функції, неперервні на відрізках $[a; \tau_1]$, $[\tau_1; \tau_2]$, $[\tau_p; b]$. Позначимо

$$\gamma_1 = Q_1^+\left\{\ell_1^{(0)}\ X_0(\cdot) c + \ell_1 \mathcal{I}(\cdot) - a_1\right\},$$

$$\bar{\gamma}_1 = Q_1^+\left\{\ell_1 \mathcal{I}(\cdot) - a_1\ \right\},$$

$$\bar{\gamma}_2 = Q_2^+\{\ell_2^{(1)} X_0(\cdot) \gamma_1 + \ell_2 \mathcal{I}(\cdot) - a_2\}, \ldots$$

$$\ldots, \bar{\gamma}_p = Q_p^+\left\{\ \sum_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot) \bar{\gamma}_j + \ell_p \mathcal{I}(\cdot) - a_p\ \right\}.$$

Тут $P_{Q_i^*} : R^k \to N(Q_i^*) - (k \times k)-$ вимірні матриці-ортопроектори, $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ p$.

Лема 3. *Нехай умови леми (3) та рівності*

$$P_{Q_1^*}\left\{\ell_1 \mathcal{I}(\cdot) - a_1\right\} = 0,$$

$$P_{Q_2^*}\left\{\ell_2^{(1)} X_0(\cdot) \gamma_1 + \ell_2 \mathcal{I}(\cdot) - a_2\right\} = 0,\ \ldots$$

$$\ldots, P_{Q_p^*}\left\{\ \sum_{j=1}^{p-1} \ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot) \bar{\gamma}_j + \ell_p \mathcal{I}(\cdot) - a_p\right\} = 0$$

виконані. Неоднорідна задача Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) при цьому має єдиний розв'язок

$$z(t,c) = X(t)c + K\left[f_i(s);a_i\right](t);$$

тут

$$\mathcal{I}(t) = X_0(t)\int\limits_a^t X_0^{-1}(s)f_i(s)ds,$$

$$K\left[f_i(s);a_i\right](t) = \begin{cases} \mathcal{I}(t), & t\in[a,\tau_1[,\\ X_0(t)\bar{\gamma}_1+\mathcal{I}(t), & t\in[\tau_1,\tau_2[,\\ X_0(t)\bar{\gamma}_2+\mathcal{I}(t), & t\in[\tau_2,\tau_3[,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots, & \ldots\ldots\ldots\\ X_0(t)\bar{\gamma}_p+\mathcal{I}(t), & t\in[\tau_p,b] \end{cases}$$

узагальнений оператор Гріна задачі Коші для системи (7), (8).

Доведення. Внаслідок неперервності на $[a,\tau_1[$ розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) зображуваний сумою $z(t,c) = X_0(t)c+\mathcal{I}(t)$, де

$$\mathcal{I}(t) = X_0(t)\int_a^t X_0^{-1}(s)f_i(s)ds.$$

Розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) на $[\tau_1;\tau_2[$ шукаємо у вигляді

$$z(t,c) = X_0(t)\gamma_1+\mathcal{I}(t),\ \ \gamma_1\in R^n.$$

Для знаходження невідомої γ_1 одержуємо рівняння

$$Q_1\gamma_1 = \ell_1^{(0)}\ X_0(\cdot)c+\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\ ,$$

для розв'язності якого необхідно і достатньо, щоб

$$P_{Q_1^*}\{\ \ell_1^{(0)}\ X_0(\cdot)c+\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\ \} = 0.$$

З урахуванням (4), остання умова спрощується

$$P_{Q_1^*}\{\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\} = 0. \tag{9}$$

За умови (9), враховуючи, що згідно лемі 2 $k\geq n$ та матриця Q_1- повного рангу), знаходимо

$$\gamma_1 = Q_1^+\left\{\ell_1^{(0)}\ X_0(\cdot)c+\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\right\},$$

звідки $\gamma_1 = Y_1c+\bar{\gamma}_1$, де

$$\bar{\gamma}_1 = Q_1^+\left\{\ell_1\mathcal{I}(\cdot)-a_1\right\}.$$

Таким чином, розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) на $[\tau_1;\tau_2[$ має вигляд $z(t,c) = X(t)c+K[f_i(s);a_1](t)$, де

$$K[f_i(s);a_1](t) = X_0(t)\bar{\gamma}_1+\mathcal{I}(t).$$

Розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) на $[\tau_2,\tau_3[$ шукаємо у вигляді $z(t,\gamma_2) = X_0(t)\gamma_2+\mathcal{I}(t),\ \ \gamma_2\in R^n$. Для знаходження невідомої γ_2 одержуємо рівняння

$$Q_2\gamma_2 = \ell_2^{(0)}\ X_0(\cdot)c+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)Y_1c+$$

$$+\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2,$$

для розв'язності якого, з урахуванням (5), необхідно і достатньо, щоб

$$P_{Q_2^*}\left\{\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2\right\} = 0. \tag{10}$$

За умови (10), враховуючи, що згідно лемі 2 $k\geq n$ та матриця Q_2- повного рангу), знаходимо $\gamma_2 = Y_2c+\bar{\gamma}_2$, де

$$\bar{\gamma}_2 = Q_2^+\left\{\ell_2^{(1)}X_0(\cdot)\gamma_1+\ell_2\mathcal{I}(\cdot)-a_2\right\}.$$

Таким чином, розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) на $[\tau_2;\tau_3[$ має вигляд $z(t,c) = X(t)c+K[f_i(s);a_2](t)$, де $K[f(s);a_2](t) = X_0(t)\bar{\gamma}_2+\mathcal{I}(t)$. Розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) на проміжках $[\tau_i,\tau_{i+1}[$, де $i = 3,4,\ldots,p-1$, а також на відрізку $[\tau_p;b]$ шукаємо у вигляді

$$z(t,\gamma_i) = X_0(t)\gamma_i+\mathcal{I}(t),\gamma_i\in R^n.$$

Для знаходження невідомої γ_p одержуємо рівняння

$$Q_p\gamma_p = \left\{\ \sum_{j=0}^{p-1}\ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)Y_j\ \right\}c+$$

$$+\sum_{j=1}^{p-1}\ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)\bar{\gamma}_j+\ell_p\mathcal{I}(\cdot)-a_p,$$

для розв'язності якого, з урахуванням (6), необхідно і достатньо, щоб

$$P_{Q_p^*}\left\{\sum_{j=1}^{p-1}\ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)\bar{\gamma}_j+\ell_p\mathcal{I}(\cdot)-a_p\right\}=0. \quad (11)$$

За умови (11), враховуючи, що згідно лемі 2 $k \geq n$ та матриця Q_p- повного рангу), знаходимо $\gamma_p = Y_p c + \bar{\gamma}_p$, де

$$\bar{\gamma}_p = Q_p^+\left\{\ \sum_{j=1}^{p-1}\ell_p^{(j)}\ X_0(\cdot)\bar{\gamma}_j+\ell_p\mathcal{I}(\cdot)-a_p\ \right\}.$$

При цьому розв'язок задачі Коші $z(a) = c$ для системи (7), (8) на проміжку $[\tau_p; b]$ має вигляд $z(t,c) = X(t)c + K[f_i(s); a_p](t)$, де

$$K[f_i(s); a_p](t) = X_0(t)\bar{\gamma}_p + \mathcal{I}(t).$$

У випадку невиродженого імпульсного впливу оператор $K[f_i(s); a_i](t)$ співпадає з оператором [2]. Крім того оператор $K[f_i(s); a_i](t)$ задачі Коші для системи (7), (8) узагальнює оператор [5] на випадок систем з перемиканнями.

Розглянемо далі задачу про знаходження розв'язків системи звичайних диференціальних рівнянь з перемиканнями (7), які задовольняють крайовим умовам типу "interface conditions"(8) та крайовій умові

$$\ell z(\cdot) = \alpha,\ \alpha \in R^m. \quad (12)$$

Тут $\ell z(\cdot)-$ лінійний обмежений векторний функціонал. Доведення наступного твердження цілком аналогічне доведенню теореми [6].

Теорема. *Критична ($P_{Q^*} \neq 0$) крайова задача (7), (8), розв'язна тоді й тільки тоді, коли*

$$P_{Q_d^*}\left\{\alpha-\ell K\left[f_i(s);\ a_i\right](\cdot)\right\}=0$$

і має $r-$ параметричну сім'ю розв'язків

$$z(t,c_r) = X_r(t)c_r + G\left[f_i(s);\ \alpha\right](t),$$

де

$$G\left[f_i(s);\ \alpha\right](t) = X(t)Q^+\left\{\alpha-\ell K\left[f_i(s);a_i\right](\cdot)\right\}+ +K\left[f_i(s);a_i\right](t)$$

узагальнений оператор Гріна задачі (7)-(12).

Тут $Q = \ell X(\cdot)-$ стала $(m \times n)-$ вимірна матриця, $P_{Q_d^*}$ $- (d \times n)-$ вимірна матриця, складена з $d = m - n_1-$ лінійно-незалежних рядків $(m \times m)-$ вимірної матриц-ортопроектора $P_{Q^*} : R^m \to N(Q^*)$

Схема доведення теореми цілком аналогічна доведенню відповідних теорем [11,12]. У випадку періодичних задач з невиродженим імпульсним впливом оператор $G[f_i(s);\ \alpha](t)$ співпадає з оператором [2]. Крім того, оператор $G[f_i(s);\ \alpha](t)$ узагальнює оператор [6] на випадок систем із перемиканнями.

Приклад. *Умови теореми виконуються для крайової задачі*

$$dz/dt = 1,\ t \in [0;3],\ t \neq \tau_1,\ t \neq \tau_2;$$

$$\ell_1 z(\cdot) = \int_0^1 z(t)dt - \int_1^2 z(t)dt = 0,\ \tau_1 = 1. \quad (13)$$

$$\ell_2 z(\cdot) = \int_0^1 z(t)dt + \int_1^2 z(t)dt - 2\int_2^3 z(t)dt = 0,\ \tau_2 = 2.$$

$$\ell z(\cdot) = z(0+) - z(3-0) = 0.$$

Нормальна $X(0) = 1$ фундаментальна матриця $X(t) = X_0(t) = 1$ однорідної частини задачі (13) неперервна на відрізку $[0;3]$, і визначає оператор Гріна задачі Коші

$$K[f_i(s);\ a_i](t) = \begin{cases} t+1,\ t \in [0;1[, \\ t+3,\ t \in [1;2[, \\ t-2,\ t \in [2;3]. \end{cases}$$

Оскільки в даному прикладі $Q = Q^+ = 0$, то оператор $G[f(s); \alpha](t)$ співпадає з оператором Гріна задачі Коші $K[f_i(s); a_i](t)$, а загальний однопараметричний розв'язок задачі (13) має зображення $z(t, c_1) = X(t)c_1 + K[f_i(s); a_i](t),\ c_1 \in R^1$.

Наслідок. *Некритична* $P_{Q^*} = 0$ *крайова задача (3)-(5) розв'язна для довільних неоднорідностей* $f_i(s)$, a_i *і має* $r = n - n_1-$ *параметричну сім'ю розв'язків* $z(t, c) = X(t)c + G[f_i(s);\ a_i](t)$.

Наприкінці статті, вважаємо приємним обов'язком висловити вдячність доктору фіз.-мат. наук, професору Київського національного університету ім. Тараса Шевченка Д.Я. Хусаїнову, який привернув нашу увагу до систем звичайних диференціальних рівнянь з перемиканнями, а також – доктору фіз.-мат. наук, професору, провідному науковому співробітнику Інституту математики НАН України О.А. Бойчуку та кандидату фіз.-мат. наук, доценту, завідувачу кафедри прикладної математики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича Я.Й. Бігуну за обговорення статті.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Boichuk A.A., Samoilenko A.M.* Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems.— Utrecht; Boston: VSP, 2004.–XIV+317 pp.

2. *Бойчук А.А., Перестюк Н.А., Самойленко А.М.* Периодические решения импульсных дифференциальных систем в критических случаях // Дифференц. уравнения.– 1991.– **27**, № 9.– С. 1516 – 1521.

3. *Sčhwabik S.* Differential Equations with Interface Conditions// Časopis Pro pestovani matematiky.– 1980.– roč. 105. – P. 391 – 410.

4. *Conti R.* On ordinary differential equation with interface conditions // Journ. of Diff. Eq.– 1968.– № 1. **4**.– P. 4 – 11.

5. *Чуйко С.М., Чуйко Е.В.* Обобщенный оператор Грина задачи Коши с импульсным воздействием // Доклады НАН Украины.– 1999.– № 6.– С. 43 – 47.

6. *Чуйко С.М.* Оператор Грина краевой задачи с импульсным воздействием // Дифференц. уравнения.– 2001.– **37**. № 8.– С. 1132 – 1135.

7. *Чуйко С.М.* Оператор Грина краевой задачи с импульсным воздействием // Доклады Академии Наук. Июль 2001.– **379**.– № 2.– С. 170 – 172.

8. *Чуйко О.С.* Слабконелінійні крайові задачі з імпульсним впливом загального вигляду // Вісник Київського національного університету ім. Тараса Шевченка.– 2004.– № 5.– С. 51 – 52.

9. *Myshkis A.D.* On the relation between systems with switching and hybrid systems // Funct. Differ. Equ.– 2004.– № 11.– P. 467 – 473.

10. *Lakshmikantham V., Vasundhara Devi J.* Hybrid systems with time scales and impulses // Nonlinear Anal. – 2006. – **65** № 11, P. 2147 – 2152.

11. *Бойчук А.А., Чуйко Е.В., Чуйко С.М.* Обобщенный оператор Грина краевой задачи с вырожденным импульсным воздействием // Укр. мат. журн. – 1996.– **48**, № 5. – С. 588 – 594.

12. *Бойчук А.А., Чуйко С.М.* Обобщенный оператор Грина импульсной краевой задачи с переключениями // Нелінійні коливання. 2007. **10**. № 1, С. 51 – 65.