УДК 517.956.4

©2007 р. В.М. Лучко

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці

ПРО ПЕРІОДИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ ВИЩОГО ПОРЯДКУ ПО t З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

Доведено існування і встановлено оцінки періодичного розв'язку параболічного рівняння вищого порядку по t з імпульсною дією.

We prove the existence and find estimations for the periodic solution of a parabolic equation of a higher order on t with an impulse action.

При описанні деякого реального процесу системою диференціальних рівнянь, що піддається імпульсній дії в різні моменти часу, виникають математичні моделі з імпульсною дією. Теорія систем звичайних диференціальних рівнянь з імпульсною дією глибоко вивчена у праці А.М. Самойленка і О.М. Перестюка [1] та інших авторів. Для відшукання періодичного розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь розвинута теорія Флоке [2].

Для квазілінійних параболічних рівнянь [3] отримано ознаки існування стійких періодичних розв'язків. Для дослідження даної задачі використовується метод, запропонований М.А. Красносельським (операторний метод). У [4] досліджено коректність крайових задач з періодичними умовами на торі за виділеною змінною та певними умовами за іншими координатами для широких класів лінійних і квазілінійних рівнянь, систем рівнянь з частинними похідними (гіперболічних, параболічних, безтипних) скінченого порядку, лінійних рівнянь нескінченного порядку, а також диференціально-операторних рівнянь. Для лінійних параболічних систем з імпульсною дією встановлена коректність задачі Коші в нормованих просторах Діні в праці [5]. У праці [6] доведено існування і встановлено оцінки періодичного розв'язку параболічного рівняння вищого порядку по t.

У даній роботі ставиться задача про відшукання періодичного розв'язку параболічного рівняння вищого порядку по t з імпульсною дією.

Розглянемо неоднорідне рівняння

$$\frac{\partial^m u}{\partial t^m} = \sum_{|k|+2bk_0 \le 2bm} A_{k_0 k}(t) D_x^k D_t^{k_0} u + f(t,x), \tag{1}$$

$t \ne \tau_i$, $\Pi \equiv \{t \ge \tau_0,\ x \in \Re^n\}$, $k_0 \le m-1$, та імпульсні умови

$$\begin{cases} u(\tau_i+0,x) - u(\tau_i-0,x) = \\ = B_i^{(0)} u(\tau_i-0,x) + a_1(x), \\ u_t'(\tau_i+0,x) - u'_t(\tau_i-0,x) = \\ = B_i^{(1)} u'_t(\tau_i-0,x) + a_2(x), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ u_t^{(m-1)}(\tau_i+0,x) - u_t^{(m-1)}(\tau_i-0,x) = \\ = B_i^{(m-1)} u_t^{(m-1)}(\tau_i-0,x) + a_m(x), \end{cases} \tag{2}$$

де $A_{k_0k}(t)$, $f(t,x)$ - неперервні, ω - періодичні відомі функції по аргументу t, $B_i^{(j)}$ - сталі, $a_i(x)$ - відомі неперервні функції, моменти τ_i такі, що

$$B_{i+p}^{(j)} = B_i^{(j)}, \tau_{i+p} = \tau_i + \omega.$$

Задачі (1),(2) в образах Фур'є відповідає задача

$$\frac{d^m V}{dt^m} = \sum_{|k|+2bk_0 \le 2bm} A_{k_0k}(t)(i_0\sigma)^k \frac{d^{k_0}V}{dt^{k_0}} + \widetilde{f}(t,\sigma), \tag{3}$$

$$\left.\frac{d^{j-1}V}{dt^{j-1}}\right|_{t=\tau_i+0} - \left.\frac{d^{j-1}V}{dt^{j-1}}\right|_{t=\tau_i-0} =$$

$$= B_i^{(j-1)} \left. \frac{d^{j-1}V}{dt^{j-1}} \right|_{t=\tau_i-0} + \widetilde{a}_j(\sigma), \qquad (4)$$

$j=\overline{1,m}$, $i_0^2=-1$.

Нехай $K(t,\tau_i,\sigma) = \{K_1(t,\tau_i,\sigma),..., K_m(t,\tau_i,\sigma)\}$, $\tau_i < t < \tau_{i+1}$- нормальна фундаментальна система розв'язків задачі Коші

$$\frac{d^m K_l}{dt^m} = \sum_{|k|+2bk_0\le 2bm} A_{k_0k}(t)(i_0\sigma)^k \frac{d^{k_0}K_l}{dt^{k_0}},$$

$$D_t^j K_l|_{t=\tau_i+0} = \delta_{l-1,j},$$

$\mathcal{K}(t,\tau,\sigma)$- функція Гріна задачі Коші

$$\frac{d^m \mathcal{K}}{dt^m} = \sum_{|k|+2bk_0\le 2bm} A_{k_0k}(t)(i_0\sigma)^k \frac{d^{k_0}\mathcal{K}}{dt^{k_0}},$$

$$D_t^j \mathcal{K}|_{t=\tau} = \delta_{m-1,j},$$

$l=\overline{1,m}$, $j=\overline{0,m-1}$, $\delta_{i,j}$ - символ Кронекера.

Розв'язок задачі (3)-(4) з початковими умовами $\left. V_t^{(j-1)} \right|_{t=0} = V_j^{(0)}$ подається у вигляді

$$V(t,\sigma) = \mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)V_0 + \sum_{\nu=1}^{k-1} \int_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu} \mathcal{M}_1(t,\tau_\nu,\tau,\sigma) \times$$

$$\times \widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau + \int_{\tau_{k-1}}^{t} \mathcal{K}(t,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau +$$

$$+\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma)\widetilde{a}(\sigma), \qquad (5)$$

де введено такі позначення

$$V_0 = \begin{pmatrix} V_1^{(0)} \\ V_2^{(0)} \\ ... \\ V_m^{(0)} \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{M}_1(t,\tau_\nu,\tau,\sigma) = K(t,\tau_\nu,\sigma)\times$$

$$\times \begin{pmatrix} \left(1+B_\nu^{(0)}\right)\mathcal{K}(\tau_\nu,\tau,\sigma) \\ \left(1+B_\nu^{(1)}\right)\mathcal{K}'(\tau_\nu,\tau,\sigma) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \left(1+B_\nu^{(m-1)}\right)\mathcal{K}^{(m-1)}(\tau_\nu,\tau,\sigma) \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma) = K(t,\tau_\nu,\sigma)\times$$

$$\times \left(\sum_{i=1}^{\nu} \left(1+B_i^{(j-1)}\right) K_l^{(j-1)}(\tau_i,\tau_{i-1},\sigma) \right)_{l,j=1}^m,$$

при $\nu \ge 1$, а для $\nu=0$

$$\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma) = K(t,\tau_0,\sigma),$$

$$\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma) = K(t,\tau_k,\sigma)\prod_{\nu=k}^{1}((1+B_\nu)\times$$

$$\times K(\tau_\nu,\tau_{\nu-1},\sigma))_t'$$

де

$$((1+B_\nu)K(\tau_\nu,\tau_{\nu-1},\sigma))_t' =$$

$$= \left((1+B_\nu^{(j-1)})K_l^{(j-1)}(\tau_\nu,\tau_{\nu-1},\sigma)\right)_{l,j=1}^m.$$

Нехай $\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma) = \{\mathcal{M}_{10}(t,\tau_0,\sigma),..., \mathcal{M}_{m0}(t,\tau_0,\sigma)\}$,$\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma) = \{\mathcal{M}_{12}(t,\tau_0,\sigma),..., \mathcal{M}_{m2}(t,\tau_0,\sigma)\}$. Для знаходження періодичного розв'язку задачі (3),(4) скористаємося тим, що похідна від періодичної функції є також періодичною функцією. Для однозначності розв'язку використаємо умову періодичності функції до $m-1$ похідної

$$\begin{cases} V(t+\omega,\sigma) = V(t,\sigma), \\ V_t'(t+\omega,\sigma) = V_t'(t,\sigma), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ V_t^{(m-1)}(t+\omega,\sigma) = V_t^{(m-1)}(t,\sigma). \end{cases} \qquad (6)$$

Серед розв'язків, що зображаються формулою (5), періодичним буде той, для якого V_0 задовольняє умови (6). Покладаючи в (6) $t=\tau_0$, отримаємо

$$(E - A_0(\omega,\tau_0,\sigma))V_0 =$$

$$= \sum_{\nu=1}^{p-1} \int_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu} A_1(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau +$$

$$+ \int_{\tau_{p-1}}^{\omega} \widetilde{\mathcal{K}}(\omega,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau + A_2(\omega,\tau_0,\sigma)\widetilde{a}(\sigma),$$

де

$$A_1(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma) = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_1(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma) \\ \mathcal{M}_1'(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma) \\ ... \\ \mathcal{M}_1^{(m-1)}(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma) \end{pmatrix},$$

$$\widetilde{\mathcal{K}}(\omega,\tau,\sigma)=\begin{pmatrix}\mathcal{K}(\omega,\tau,\sigma)\\ \mathcal{K}'(\omega,\tau,\sigma)\\ \dots\\ \mathcal{K}^{(m-1)}(\omega,\tau,\sigma)\end{pmatrix},$$

$$A_2(\omega,\tau_0,\sigma)=$$

$$=\begin{pmatrix}\mathcal{M}_{12}(\omega,\tau_0,\sigma) & \dots & \mathcal{M}_{m2}(\omega,\tau_0,\sigma)\\ \mathcal{M}'_{12}(\omega,\tau_0,\sigma) & \dots & \mathcal{M}'_{m2}(\omega,\tau_0,\sigma)\\ \dots & \dots & \dots\\ \mathcal{M}^{(m-1)}_{12}(\omega,\tau_0,\sigma) & \dots & \mathcal{M}^{(m-1)}_{m2}(\omega,\tau_0,\sigma)\end{pmatrix},$$

$$A_0(\omega,\tau_0,\sigma)=$$

$$=\begin{pmatrix}\mathcal{M}_{10}(\omega,\tau_0,\sigma) & \dots & \mathcal{M}_{m0}(\omega,\tau_0,\sigma)\\ \mathcal{M}'_{10}(\omega,\tau_0,\sigma) & \dots & \mathcal{M}'_{m0}(\omega,\tau_0,\sigma)\\ \dots & \dots & \dots\\ \mathcal{M}^{(m-1)}_{10}(\omega,\tau_0,\sigma) & \dots & \mathcal{M}^{(m-1)}_{m0}(\omega,\tau_0,\sigma)\end{pmatrix}.$$

Припустимо, що існує обернена матриця $(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}$, тоді періодичний розв'язок (3) можна подати у вигляді

$$V(t,\sigma)=\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}\times$$
$$\times\sum_{\nu=1}^{p-1}\int\limits_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu}A_1(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau+$$
$$+\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}\times$$
$$\times\int\limits_{\tau_{p-1}}^{\omega}\widetilde{\mathcal{K}}(\omega,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau+\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)\times$$
$$\times(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}A_2(\omega,\tau_0,\sigma)\widetilde{a}(\sigma)+$$
$$+\sum_{\nu=1}^{p-1}\int\limits_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu}\mathcal{M}_1(t,\tau_\nu,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau+$$
$$+\int\limits_{\tau_{p-1}}^{t}\mathcal{K}(t,\tau,\sigma)\widetilde{f}(\tau,\sigma)d\tau+\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma)\widetilde{a}(\sigma).\tag{7}$$

Застосовуючи до (7) обернене перетворення Фур'є, отримаємо зображення періодичного розв'язку рівняння (1) у вигляді

$$u(t,x)=\sum_{\nu=1}^{p-1}\int\limits_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu}d\tau\int\limits_{\Re^n}G_1(t,\tau_\nu,\omega,x-\xi)f(\tau,\xi)d\xi+$$
$$+\int\limits_{\tau_{p-1}}^{\omega}d\tau\int\limits_{\Re^n}G_2(t,\tau,\omega,x-\xi)f(\tau,\xi)d\xi+$$
$$+\int\limits_{\Re^n}G_3(t,\tau_0,\omega,x-\xi)a(\xi)d\xi+$$
$$+\sum_{\nu=1}^{p-1}\int\limits_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu}d\tau\int\limits_{\Re^n}G_4(t,\tau_\nu,x-\xi)f(\tau,\xi)d\xi+$$
$$+\int\limits_{\tau_{p-1}}^{t}d\tau\int\limits_{\Re^n}G_0(t,\tau,x-\xi)f(\tau,\xi)d\xi+$$
$$+\int\limits_{\Re^n}G_5(t,\tau_0,x-\xi)a(\xi)d\xi,\tag{8}$$

де

$$G_1(t,\tau_\nu,\omega,x-\xi)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{\Re^n}e^{i_0\sigma(x-\xi)}\times$$
$$\times\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}\times$$
$$\times A_1(\omega,\tau_\nu,\tau,\sigma)d\sigma,$$
$$G_2(t,\tau,\omega,x-\xi)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{\Re^n}e^{i_0\sigma(x-\xi)}\times$$
$$\times\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}\times$$
$$\times\widetilde{\mathcal{K}}(\omega,\tau,\sigma)d\sigma,$$
$$G_3(t,\tau_0,\omega,x-\xi)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{\Re^n}e^{i_0\sigma(x-\xi)}\times$$
$$\times\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)(E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}\times$$
$$\times A_2(\omega,\tau_0,\sigma)d\sigma,$$
$$G_4(t,\tau_\nu,x-\xi)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{\Re^n}e^{i_0\sigma(x-\xi)}\times$$
$$\times\mathcal{M}_1(t,\tau_\nu,\tau,\sigma)d\sigma,$$
$$G_5(t,\tau_0,x-\xi)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{\Re^n}e^{i_0\sigma(x-\xi)}\times$$
$$\times\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma)d\sigma,$$
$$G_0(t,\tau,x-\xi)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{\Re^n}e^{i_0\sigma(x-\xi)}\times$$

$$\times\mathcal{K}(t,\tau,\sigma)d\sigma.$$

За умови рівномірної параболічності рівняння (1), для функцій $K_1(t,\tau_i,\sigma),...,K_m(t,\tau_i,\sigma)$ і $\mathcal{K}(t,\tau,\sigma)$, та їх похідних справедливі оцінки при комплексних аргументах $s=\sigma+i_0\gamma$ [7, с.55]

$$\left|D_t^{k_0}K_l(t,\tau_j,s)\right|\le c_{k_0}(t-\tau_j)^{m-k_0-1}\times$$
$$\times exp\{(-\delta|\sigma|^{2b}+F|\gamma|^{2b})(t-\tau_j)\},$$
$$\left|D_t^{k_0}\mathcal{K}(t,\tau,s)\right|\le c(t-\tau)^{m-k_0-1}\times$$
$$\times exp\{(-\delta|\sigma|^{2b}+F|\gamma|^{2b})(t-\tau)\},$$

$l=\overline{1,m}$, $\tau_j<t<\tau_{j+1}$, $\delta>0$, $i_0^2=-1$.

Тому для похідних $\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)$, $\mathcal{M}_1(t,\tau_\nu,\tau,\sigma)$ та $\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma)$ дістанемо оцінку

$$\left\|D_t^{k_0}\mathcal{M}_0(t,\tau_0,\sigma)\right\|\le c(t-\tau_0)^{m-k_0-1}\times$$
$$\times e^{-\delta|\sigma|^{2b}(t-\tau_0)}\prod_{\nu=1}^{k}M(B_\nu),\qquad(9)$$
$$\left\|D_t^{k_0}\mathcal{M}_1(t,\tau_\nu,\tau,\sigma)\right\|\le c(t-\tau)^{m-k_0-1}\times$$
$$\times e^{-\delta|\sigma|^{2b}(t-\tau)}\prod_{\nu=1}^{k}M(B_\nu),\qquad(10)$$
$$\left\|D_t^{k_0}\mathcal{M}_2(t,\tau_0,\sigma)\right\|\le c(t-\tau_k)^{m-k_0-1}\times$$
$$\times e^{-\delta|\sigma|^{2b}(t-\tau_0)}\prod_{\nu=1}^{k}M(B_\nu),\qquad(11)$$

де $M(B_\nu)=\max_i(1+B_\nu^{(i)})$, $\tau_0<\tau_k$, $t>\tau_k$, $\sigma\in\Re^n$.

Будемо вважати, що збіжним є інтеграл

$$I(t,\tau_0,c,\omega)=\int_{\Re^n}e^{-c|\sigma|^{2b}t}\|E-A_0(\omega,\tau_0,\sigma)\|^{-1}d\sigma.\qquad(A)$$

Згідно оцінок (9), (10), (11), для похідних $G_l(t,\tau_\nu,\omega,x-\xi)$, $l=1,2$ і $G_3(t,\tau_0,\omega,x-\xi)$, отримаємо

$$|D_t^{k_0}D_x^kG_l(t,\tau_\nu,\omega,x-\xi)|\le$$
$$\le c(t-\tau+\omega-\tau_0)^{m-k_0-1-\frac{|k|}{2b}}\times$$
$$\times I(t-\tau+\omega-\tau_0,\tau_0,\delta,\omega),\qquad(12)$$
$$|D_t^{k_0}D_x^kG_3(t,\tau_0,\omega,x-\xi)|\le$$
$$\le c(t+\omega-\tau_0)^{m-k_0-1-\frac{|k|}{2b}}\times$$
$$\times I(t+\omega-\tau_0,\tau_0,\delta,\omega).\qquad(13)$$

Якщо для норми матриці $A(\omega,\tau_0,\sigma)$ виконується нерівність

$$\|A\|\le a<1,\sigma\in\Re^n,\qquad(B)$$

тоді допустиме розвинення в ряд

$$(E-A(\omega,\tau_0,\sigma))^{-1}=\sum_{k=0}^{\infty}A^k.$$

Згідно із лемою 1.1 про перетворення Фур'є цілих функцій [7, с.38], уточнюються оцінки (12),(13) функцій $G_l(t,\tau_\nu,\omega,x-\xi)$, $l=1,2$ та $G_3(t,\tau_0,\omega,x-\xi)$

$$|D_t^{k_0}D_x^kG_l(t,\tau_\nu,\omega,x-\xi)|\le$$
$$\le c_{k_0k}(t-\tau+\omega-\tau_0)^{m-k_0-1-\frac{|k|+n}{2b}}\times$$
$$\times\exp\{-c_1|x-\xi|^{\frac{2b}{2b-1}}(t-\tau+\omega-\tau_0)^{-\frac{1}{2b-1}}\}.$$
$$|D_t^{k_0}D_x^kG_3(t,\tau_0,\omega,x-\xi)|\le$$
$$\le c_{k_0k}(t+\omega-\tau_0)^{m-k_0-1-\frac{|k|+n}{2b}}\times$$
$$\times\exp\{-c_1|x-\xi|^{\frac{2b}{2b-1}}(t+\omega-\tau_0)^{-\frac{1}{2b-1}}\}.$$

Нехай $H^{(1,0)}\equiv C(\Re^n)\cap L_1(\Re^n)$, $H^{(1,\alpha)}\equiv C_x^{(\alpha)}(\Pi)\bigcap L_1(\Re^n)$ клас функцій з нормою, визначеною в [8, с.147].

Теорема 1. Якщо рівняння (1) рівномірно параболічне, коефіцієнти $A_{k_0k}(t)$ неперервні при $t\ge\tau_0$, неоднорідність рівняння $f(t,x)$ та коефіцієнти є періодичними з деяким періодом $\omega>0$, виконується умова (A), то для довільних функцій $f(t,x)\in H^{(1,\alpha)}$, $a_l(x)\in H^{(1,0)}$, $l=\overline{1,m}$, періодичний розв'язок задачі (1), (2) визначається формулою (8) і для його похідних виконуються нерівності

$$|D_t^{k_0}D_x^kU(t,x)|\le c_{k_0k}(t-\tau_0)^{m-k_0-\frac{|k|}{2b}}\times$$
$$\times I(t+\omega-\tau_0,\tau_0,\delta,\omega)(|f|_1+|a|_1)+c|f|_\alpha.$$

Якщо виконується умова (B), то для розв'язку рівняння (1) та його похідних справедлива нерівність

$$|D_t^{k_0}D_x^kU(t,x)|\le c(|f|_{H^{(1,\alpha)}}+|a|_{H^{(1,0)}}),$$

де $2bk_0+|k|\leq 2bm$.

Якщо визначник матриці $(E-A(\omega,\tau_0,\sigma))$ дорівнює нулю (резонансний випадок), то неоднорідне рівняння (1) не завжди допускає періодичний розв'язок.

Розглянемо спряжене рівняння до (1) [2, с.58]

$$\frac{\partial^m U_1}{\partial(-\tau)^m}=\sum_{2bk_0+|k|\leq 2bm}\frac{\partial^{k_0}}{\partial(-\tau)^{k_0}}(A'_{k_0k}(\tau)\times$$

$$\times(-1)^{|k|}D_x^k U_1(\tau,x)),$$

в образах Фур'є дане рівняння має вигляд

$$\frac{d^m V_1}{d(-\tau)^m}=\sum_{2bk_0+|k|\leq 2bm}\frac{d^{k_0}}{d(-\tau)^{k_0}}(A'_{k_0k}(\tau)\times$$

$$\times(-1)^{|k|}(i_0\sigma)^k V_1(\tau,\sigma)). \qquad (14)$$

Справедлива теорема.

Теорема 2. Нехай коефіцієнти A_{k_0k} мають k_0 неперервних похідних при $t\geq 0$, однорідне рівняння допускає s лінійно незалежних розв'язків $K_s(t,\sigma), 1\leq s\leq m$. Тоді рівняння (14) має також s лінійно незалежних розв'язків, а відповідне неоднорідне рівняння (1) має періодичний розв'язок тоді і тільки тоді, коли виконується умова

$$\sum_{\nu=1}^{p-1}\int_{\tau_{\nu-1}}^{\tau_\nu}d\tau\int_{\Re^n}D_t^j G_4(t,\tau_\nu,x-\xi)f(\tau,\xi)d\xi+$$

$$+\int_{\tau_{p-1}}^{\omega}d\tau\int_{\Re^n}D_t^j G_0(t,\tau,x-\xi)f(\tau,\xi)d\xi=0$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Самойленко А.М., Перестюк М.А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. - К.: Вища школа, 1987. - 258 с.

2. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости.—М.:Наука, 1967.—472 с.

3. *Колесов Ю.С.* О некоторых критериях существования устойчевых периодических решений квазилинейных параболических уравнений // Докл. АН СССР.—1964.—157. №6.—с. 1288-1290.

4. *Пташник Б.И., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними // К.: Наукова думка, 2002.—415с.

5. *Матійчук М.І., Лучко В.М.* Задача Коші для параболічних систем з імпульсною дією// Укр. мат. журн. -2006.-Т.58, № 11. - С.1525-1535.

6. *Лучко В.М.* Про періодичний розв'язок параболічного рівняння вищого порядку по t // Науковий вісник Чернівецького університету. —2005.— Випуск 269. Математика.—С. 63-67.

7. *Эйдельман С.Д.* Параболические системы.— М.:Наука, 1964.— 443 с.

8. *Матійчук М.І.* Параболічні сингулярні крайові задачі.—К.: Інститут математики НАН України, 1999.—176 с.