УДК 519.6

©2007 р. М.Р.Петрик

Лабораторія Математичного моделювання масопереносу в неоднорідних і нанопористих середовищах Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя, Тернопіль

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ МАСОПЕРЕНОСУ З СПЕКТРАЛЬНИМ ПАРАМЕТРОМ ДЛЯ НЕОДНОРІДНИХ n-ІНТЕРФЕЙСНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ НАПІВОБМЕЖЕНИХ НАНОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩ З ПОРОЖНИНОЮ

Методами інтегрального перетворення Лапласа і функцій Коші побудований точний аналітичний розв'язок математичної моделі масопереносу для неоднорідного циліндричного напівобмеженого нанопористого середовища з порожниною і з системою n інтерфейсних меж із заданими $2n+1$ нестаціонарними режимами масопереносу на масообмінних межах.

The exact analytical solution of the problem of masstransfer for heterogeneous half limited nanoporous media with space and with n-inteface limits system with $2n+1$ nonstationary regimes of mass exchange is constructed.

Вступ. Розроблення і впровадження новітних нанотехнологій, наноструктур і матеріалів вимагає нових підходів дослідження механізмів кінетики та інтенсифікації дифузійно-адсорбційного масопереносу в багатошарових неоднорідних й пористих середовищах та розробки нових методів моделювання масопереносу в неоднорідних і нанопористих середовищах, що дозволяють якісно описувати складні механізми системи багатоінтерфейсних взаємодій між складовими переносу, умови рівноваги та нестаціонарні режими масопереносу на масообмінних поверхнях. Проблеми математичного моделювання дифузійно-адсорбційного масопереносу в однорідних і неоднорідних пористих середовищах розглянуто в роботах Ликова [7], Fraissard, Springuel-Huet, N'Gokoli-Kekele, Laurence, Conner [12 – 14], Barrer [8], Chen, Degan, Smith [9], Karger, Ruthven [10, 11].

Математичний опис проблеми. Розглядається адсорбційний масоперенос в неоднорідному напівобмеженому циліндричному n-інтерфейсному по координаті r адсорбційному середовищі, заповненому n адсорбентами з різними фізико-хімічними характеристиками. Математична модель такого переносу з урахуванням нестаціонарності масообміну на масообмінних поверхнях (крайових поверхнях і поверхнях контакту $r=R_{j-1}$, $j=\overline{1,n}$) та фізичних припущень, поданих в [2 – 5], може бути описана у вигляді такої змішаної задачі: побудувати обмежений в області $D_n=\{(t,r):t>0, r\in\bigcup\limits_{j=1}^{n+1}(R_{j-1},R_j), R_0>0, R_{n+1}=\infty\}$ розв'язок системи диференціальних рівнянь в частинних похідних

$$\frac{\partial C_j(t,r)}{\partial t}+\frac{\partial a_j(t,r)}{\partial t}+\eta_j^2C_j= \\ =D_{r_j}B_{\nu_j,\alpha_j}[C_j]+f_j(t,r), \qquad (1)$$

$$\frac{\partial a_j}{\partial t}=\beta_j(C_j-\gamma_j a_j), \quad j=\overline{1,n+1} \qquad (2)$$

за початковими умовами

$$C_j(t,r)_{t=0}=C_{0j}(r); \quad a_j(t,r)|_{t=0}=a_{0j}(r); \\ j=\overline{1,n+1}, \qquad (3)$$

крайовими умовами та системою умов інтерфейсу по геометричній координаті r

$$\left[\left(\alpha_{11}^0+\delta_{11}^0\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial r}+\right.$$

$$+\left(\beta_{11}^0+\gamma_{11}^0\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial r}\Bigg]C_1(t,r)\Bigg|_{r=R_0}=\omega_0(t);$$

$$\frac{\partial}{\partial r}C_{n+1}(t,r)\Bigg|_{r=\infty}=0$$

$$\Bigg[\Bigg[\left(\alpha_{i1}^j+\delta_{i1}^j\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial r}+\Bigg(\beta_{i1}^j+$$

$$+\gamma_{i1}^j\frac{\partial}{\partial t}\Bigg)\frac{\partial}{\partial r}\Bigg]C_j(t,r)-\Bigg[\left(\alpha_{i2}^j+\delta_{i2}^j\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial r}+$$

$$+\left(\beta_{i2}^j+\gamma_{i2}^j\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial r}\Bigg]C_{j+1}(t,r)\Bigg]\Bigg|_{r=R_j}=0;$$

$$j=\overline{1,n}, i=1,2. \qquad (5)$$

Тут $B_{\nu_j,\alpha_j}=\dfrac{d^2}{dr^2}+\dfrac{1}{r}(2\alpha_j+1)\dfrac{d}{dr}-(\nu_j^2-\alpha_j^2)r^{-2}$ – оператор Бесселя, C_j, a_j – масові концентрації адсорбтиву відповідно в рідинній фазі (міжчастинковий простір) та твердій фазі (в мікро- і нанопорах зерен адсорбенту) для j-го шару адсорбційного середовища, $\nu_j\geq\alpha_j\geq-1/2$, $j=\overline{1,n+1}$.

Методологія знаходження аналітичного розв'язку моделі та рекурентні алгоритми побудови матриць функцій впливу системи

Теорема (про розв'язність). *Якщо виконується умова однозначної розв'язності мішаної задачі й задані та шукані функції є оригіналами за Лапласом, то розв'язок крайової задачі (1) – (5) існує та єдиний.*

В припущенні, що шукані вектор-функції $C(t,r)$, $a(t,r)$ є оригіналами за Лапласом, застосуємо до задачі (1) – (5) інтегральне перетворення Лапласа стосовно часової змінної t [5]. В результаті отримаємо крайову задачу: побудувати обмежений на множині $I_n=\{r:r\in\bigcup\limits_{j=1}^{n+1}(R_{j-1},R_j),R_0>0,R_{n+1}=\infty\}$ розв'язок системи диференціальних рівнянь Бесселя для модифікованих функцій:

$$[B_{\nu_j,\alpha_j}-q_j^2(p)]C_j^*(p,r)=-\mathcal{F}_j^*(p,r) \qquad (6)$$

за крайовими умовами

$$\left[\overline{\alpha}_{12}^0\frac{d}{dr}+\overline{\beta}_{12}^0\right]C_1^*(p,r)\Bigg|_{r=R_0}=\omega_{R_0}^*(p);$$

$$\frac{d}{dr}C_{n+1}^*(p,r)\Bigg|_{r=\infty}=0; \qquad (7)$$

та умовами інтерфейсу по координаті r:

$$\Bigg[\left[\overline{\alpha}_{i1}^j\frac{d}{dr}+\overline{\beta}_{i1}^j\right]C_j^*(p,r)-$$

$$-\left[\overline{\alpha}_{i2}^k\frac{d}{dr}+\overline{\beta}_{i2}^k\right]C_{j+1}^*(p,r)\Bigg]\Bigg|_{r=R_j}=\omega_{ij};$$

$$j=\overline{1,n}; i=\overline{1,2}. \qquad (8)$$

Тут прийняті позначення:

$$\mathcal{F}_j^*(p,r)=\frac{1}{D_{r_j}}\Bigg[f_j^*(p,r)+C_{0j}(r)+$$

$$+\frac{\beta_j\gamma_j}{p+\beta_j\gamma_j}a_{0j}(r)\Bigg]; \qquad (9)$$

$$\omega_{R_0}^*(p)=\omega_0^*(p)+\left(\delta_{12}^0\frac{d}{dr}+\gamma_{12}^0\right)C_{01}(r)\Bigg|_{r=R_0}\equiv$$

$$\equiv\omega_0^*(p)+\omega_{11}; \qquad (10)$$

$$\omega_{ij}=\Bigg[\left(\delta_{i1}^j\frac{d}{dr}+\gamma_{i1}^j\right)C_{0,i}(r)-$$

$$-\left(\delta_{i2}^j\frac{d}{dr}+\gamma_{i2}^j\right)C_{0,i+1}(r)\Bigg]\Bigg|_{r=R_j}; \qquad (11)$$

$$q_j^2(p)=\frac{1}{D_{r_j}(p+\beta_j\gamma_j)}\times$$

$$\times[p^2+p(\beta_j(1+\gamma_j)+|eta_j^2)+\beta_j\gamma_j\eta_j^2]; \qquad (12)$$

$\overline{\alpha}_{im}^j=\alpha_{im}^j+\delta_{im}^j\cdot p$; $\overline{\beta}_{im}^j=\beta_{im}^j+\gamma_{im}^j\cdot p$; $j=\overline{1,n}$; $i,m=\overline{1,2}$. Індекси i, m, що при інтерфейсних константах, визначають тип інтерфейсної умови для j-го інтерфейсу; при $i=1$ маємо першу умову, при $i=2$ – другу умову. Значення індексу $m=1$ відповідає лівій частині інтерфейсної умови (на межі

$r = R_j - 0$); $m = 2$ – відповідає правій частині умови (на межі $r = R_j + 0$). При цьому

$$a_j^*(p,r) = \frac{a_{0j}(r)}{p+\beta_j\gamma_j} + \frac{\beta_j}{p+\beta_j\gamma_j} C_j^*(p,r);$$

$$j = \overline{1, n+1}. \tag{13}$$

Зафіксувавши вітку дволистної функції $q_j(p)$, на якій $\operatorname{Re} q_j(p) > 0$, внаслідок властивостей функцій, які утворюють фундаментальну систему розв'язків рівняння Бесселя (6), розв'язок неоднорідної крайової задачі (6) – (8) будуємо методом функцій Коші [1, 2]:

$$C_j^*(p,r) = A_j I_{\nu_j,\alpha_j}(q_j r) + B_j K_{\nu_j,\alpha_j}(q_j r) +$$

$$+ \int\limits_{R_{j-1}}^{R_j} \mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho) \mathcal{F}_j^*(p,\rho) \rho^{2\alpha_j+1} d\rho; \; j = \overline{1,n};$$

$$C^*_{n+1}(p,r) = B_{n+1} K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1} r) +$$

$$+ \int\limits_{R_n}^{\infty} \mathcal{E}^*_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(p,r,\rho) \mathcal{F}^*_{n+1}(p,\rho) \rho^{2\alpha_{n+1}+1} d\rho, \tag{14}$$

де $\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)$, $j = \overline{1, n+1}$ – функції Коші:

$$\begin{cases} \mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho+0} - \\ \dfrac{d}{dr}\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho+0} - \end{cases}$$

$$-\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho-0} = 0;$$

$$-\frac{d}{dr}\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho-0} = -\rho^{-(2\alpha_j+1)}. \tag{15}$$

Функції Коші $\mathcal{E}_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)$, $j = \overline{1, n+1}$, шукаємо у наступному вигляді:

$$\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho) = \begin{cases} \mathcal{E}^{-*}_{\nu_j,\alpha_j} = D_{1j} I_{\nu_j,\alpha_j}(q_j r) + \\ \mathcal{E}^{+*}_{\nu_j,\alpha_j} = D_{2j} I_{\nu_j,\alpha_j}(q_j r) + \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &+E_{1j} K_{\nu_j,\alpha_j}(q_j r); \quad R_{j-1} < r < \rho < R_j, \\ &+E_{2j} K_{\nu_j,\alpha_j}(q_j r); \quad R_{j-1} < \rho < r < R_j, \end{aligned}$$

$$j = \overline{1, n},$$

$$\mathcal{E}^*_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(p,r,\rho) = \begin{cases} \mathcal{E}^{-*}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}} = \\ \mathcal{E}^{+*}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}} = \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &= D_{1n+1} I_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1} r) + \\ &= E_{2n+1} K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1} r); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +E_{1n+1} K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1} r); \quad &R_n < r < \rho < \infty, \\ &R_n < \rho < r < \infty, \end{aligned} \tag{16}$$

в припущенні, що справджуються ще додаткові однорідні умови:

$$\left(\overline{\alpha}_{12}^{j-1} \frac{d}{dr} + \overline{\beta}_{12}^{j-1}\right) \bar{\mathcal{E}}^*_{\nu_j,\alpha_j} \Bigg|_{r=R_{j-1}} = 0, j = \overline{1, n}, \tag{17}$$

$$\left(\overline{\alpha}_{11}^{j} \frac{d}{dr} + \overline{\beta}_{11}^{j}\right) \overset{+}{\mathcal{E}}^*_{\nu_j,\alpha_j} \Bigg|_{r=R_j} = 0, \tag{18}$$

При цьому $(\overline{\alpha}_{12}^0 d/dr + \overline{\beta}_{12}^0) \bar{\mathcal{E}}^*_{\nu_1,\alpha_1} \Big|_{r=R_0} = 0$,

$$\left(\overline{\alpha}_{12}^{n} \frac{d}{dr} + \overline{\beta}_{12}^{n}\right) \bar{\mathcal{E}}^*_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}} \Bigg|_{r=R_n} = 0. \tag{19}$$

Введемо до розгляду функції:

$$U^{j1}_{\nu_j,\alpha_j;im}(q_s R_j) = \left(\overline{\alpha}^j_{im} \frac{d}{dr} + \overline{\beta}^j_{im}\right) I_{\nu_j,\alpha_j}(q_s r)\Bigg|_{r=R_j} =$$

$$= \left(\overline{\alpha}^j_{im} \frac{\nu_j - \alpha_j}{R_j} + \overline{\beta}^j_{im}\right) I_{\nu_j,\alpha_j}(q_s R_j) +$$

$$+ \overline{\alpha}^j_{im} R_j q_s^2 I_{\nu_j+1,\alpha_j+1}(q_s R_j);$$

$$U^{j2}_{\nu_j,\alpha_j;im}(q_s R_j) = \left(\overline{\alpha}^j_{im} \frac{d}{dr} + \overline{\beta}^j_{im}\right) K_{\nu_j,\alpha_j}(q_s r)\Bigg|_{r=R_j} =$$

$$= \left(\overline{\alpha}^j_{im} \frac{\nu_j - \alpha_j}{R_j} + \overline{\beta}^j_{im}\right) K_{\nu_j,\alpha_j}(q_s R_j) -$$

$$- \overline{\alpha}^j_{im} R_j q_s^2 K_{\nu_j+1,\alpha_j+1}(q_s R_j);$$

$$\Phi^j_{\nu_j,\alpha_j;im}(q_s R_j, q_s r) = U^{j1}_{\nu_j,\alpha_j;im}(q_s R_j) \times$$

$$\times K_{\nu_j,\alpha_j}(q_s r) - U^{j2}_{\nu_j,\alpha_j;im}(q_s R_j) I_{\nu_j,\alpha_j}(q_s r). \tag{20}$$

Для визначення сталих D_{1k}, E_{1k}, D_{2k}, E_{2k} функцій Коші $\mathcal{E}^*_k(p,r,\rho)$, $k = \overline{1, n}$, внаслідок їхніх властивостей (15), (17) – (19) отримаємо алгебраїчну систему рівнянь:

$$(D_{2k}-D_{1k})I_{\nu_k,\alpha_k}(q_k\rho)+$$
$$+(E_{2k}-E_{1k})K_{\nu_k,\alpha_k}(q_k\rho)=0;$$
$$(D_{2k}-D_{1k})\left(\frac{\nu_k-\alpha_k}{\rho}I_{\nu_k,\alpha_k}(q_k\rho)+\right.$$
$$\left.+R_kq_k^2I_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1}}(q_k\rho)\right)+$$
$$+(E_{2k}-E_{1k})\left(\frac{\nu_k-\alpha_k}{\rho}K_{\nu_k,\alpha_k}(q_k\rho)-\right.$$
$$\left.-R_kq_k^2K_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1}}(q_k\rho)\right)=-\frac{1}{q_k\rho^{2\alpha_k+1}};$$
$$D_{1k}U^{k-1,1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1})+$$
$$+E_{1k}U^{k-1,2}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1})=0; \qquad (21)$$
$$D_{2k}U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k)+E_{2k}U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k)=0.$$

В результаті однозначної розв'язності систем (21) функції Коші $\mathcal{E}^*_k(p,r,\rho)$ ($k=\overline{1,n+1}$) визначені і внаслідок симетрії відносно діагоналі $r=\rho$ мають структуру:

$$\mathcal{E}^*_{\nu_k,\alpha_k}(p,r,\rho)=\frac{q_k^{2\alpha_k}}{\Delta^{11}_{\nu_k,\alpha_k}(q_kR_{k-1},q_kR_k)}\times$$
$$\times\begin{cases}\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_k\rho)\times\\ \Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)\times\end{cases}$$
$$\begin{matrix}\times\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr),\\ \times\Phi^{k}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_k\rho),\end{matrix}\quad k=\overline{1,n};$$
$$\begin{matrix}R_{k-1}<r<\rho<R_k,\\ R_{k-1}<\rho<r<R_k,\end{matrix}\quad k=\overline{1,n};$$
$$\mathcal{E}^*_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(p,r,\rho)=$$
$$=-\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}}{U^{n2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};12}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_n)}\times$$
$$\times\begin{cases}K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}\rho)\Phi^n_{\nu_n,\alpha_n;12}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}r),\\ K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r)\Phi^n_{\nu_n,\alpha_n;12}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}\rho),\end{cases}$$
$$\begin{matrix}R_n<r<\rho<\infty,\\ R_n<\rho<r<\infty.\end{matrix}\qquad (22)$$

Тут

$$\Delta^{im}_{\nu_k,\alpha_k}(q_kR_{k-1},q_kR_k)=U^{k-1,1}_{\nu_k,\alpha_k;i2}(q_kR_{k-1})\times$$
$$\times U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;m1}(q_kR_k)-U^{k-1,2}_{\nu_k,\alpha_k;i2}(q_kR_{k-1})\times$$
$$\times U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;m1}(q_kR_k);k=\overline{2,n};i,m=\overline{1,2}. \quad (23)$$

При відомих функціях Коші $\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)$ крайова умова в точці $r=R_0$ й умови інтерфейсу (7) для визначення невідомих коефіцієнтів A_k, B_k ($k=\overline{1,n}$) та B_{n+1}, що беруть участь у структурах (14) загального розв'язку крайової задачі (6) – (8) дають алгебраїчну систему з $(2n+1)$-го рівняння:

$$U^{01}_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0)A_1+U^{02}_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0)B_1=\omega^*_{R_0};$$
$$U^{11}_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1R_1)A_1+U^{12}_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1R_1)B_1-$$
$$-U^{11}_{\nu_2,\alpha_2;12}(q_2R_1)A_2-U^{12}_{\nu_2,\alpha_2;12}(q_2R_1)B_2=\omega_{11};$$
$$U^{11}_{\nu_1,\alpha_1;21}(q_1R_1)A_1+U^{12}_{\nu_1,\alpha_1;21}(q_1R_1)B_1-$$
$$-U^{11}_{\nu_2,\alpha_2;22}(q_2R_1)A_2-U^{12}_{\nu_2,\alpha_2;22}(q_2R_1)B_2=\omega_{21}+G^*_1;$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k)A_k+U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k)B_k-$$
$$-U^{k1}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1};12}(q_{k+1}R_k)A_{k+1}-$$
$$-U^{k2}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1};12}(q_{k+1}R_{k+1})B_{k+1}=\omega_{1k};$$
$$U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k)A_k+U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k)B_k-$$
$$-U^{k1}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1};22}(q_{k+1}R_k)A_{k+1}-$$
$$-U^{k2}_{\nu_{k+1},\alpha_{k+1};22}(q_{k+1}R_k)B_{k+1}=\omega_{2k}+G^*_k;$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$U^{n1}_{\nu_n,\alpha_n;11}(q_nR_n)A_n+U^{n2}_{\nu_n,\alpha_n;11}(q_nR_n)B_n-$$
$$-U^{n2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};12}(q_{n+1}R_n)B_{n+1}=\omega_{1n};$$
$$U^{n1}_{\nu_n,\alpha_n;21}(q_nR_n)A_n+U^{n2}_{\nu_n,\alpha_n;21}(q_nR_n)B_n-$$
$$-U^{n2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};22}(q_{n+1}R_n)B_{n+1}=\omega_{2n}+G^*_n.$$

Тут G^*_j – вирази, що містять інтеграли від функцій Коші $\mathcal{E}^*_{\nu_j,\alpha_j}(p,r,\rho)$ в (24):

$$G^*_j=\frac{c_{1j}}{R_j^{2\alpha_j+1}}\int\limits_{R_{j-1}}^{R_j}\frac{\Phi^{j-1}_{\nu_j,\alpha_j;12}(q_jR_{j-1},q_j\rho)}{\Delta^{11}_{\nu_j,\alpha_j}(q_jR_{j-1},q_jR_{j-1})}\times$$
$$\times\mathcal{F}^*_j(p,\rho)\rho^{2\alpha_j+1}d\rho-$$

$$-\frac{c_{2j}}{R_j^{2\alpha_{j+1}+1}}\int\limits_{R_j}^{R_{j+1}}\frac{\Phi^{j+1}_{\nu_j,\alpha_j;11}(q_{j+1}R_{j+1},q_{j+1}\rho)}{\Delta^{11}_{\nu_j,\alpha_j}(q_{j+1}R_j,q_{j+1}R_{j+1})}\times$$

$$\times\mathcal{F}^*_{j+1}(p,\rho)\rho^{2\alpha_{j+1}+1}d\rho,\ j=\overline{1,n-1}.$$

$$G_n^*=\frac{c_{1n}}{R_n^{2\alpha_n+1}}\int\limits_{R_{n-1}}^{R_n}\frac{\Phi^{n-1}_{\nu_n,\alpha_n;12}(q_nR_{n-1},q_n\rho)}{\Delta^{11}_{\nu_j,\alpha_j}(q_nR_{n-1},q_nR_n)}\times$$

$$\times\mathcal{F}^*_n(p,\rho)\rho^{2\alpha_n+1}d\rho+$$

$$+\frac{c_{2n}}{R_n^{2\alpha_{n+1}+1}}\int\limits_{R_n}^{\infty}\frac{K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}\rho)}{U^{n2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};22}(q_{n+1}R_n)}\times$$

$$\times\mathcal{F}^*_{n+1}(p,\rho)\rho^{2\alpha_{n+1}+1}d\rho. \qquad (25)$$

Тут $c_{jk}=\overline{\alpha}^k_{2j}\cdot\overline{\beta}^k_{1j}-\overline{\alpha}^k_{1j}\cdot\overline{\beta}^k_{2j}$; $k=\overline{1,n}$; $j=\overline{1,2}$;

$$z_{1k}\equiv\frac{-c_{1k}}{q_k^{2\alpha_k}R_k^{2\alpha_k+1}}=U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k)\times$$

$$\times U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k)-$$

$$-U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k)U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k);\ k=\overline{1,n};$$

$$z_{2k}\equiv\frac{-c_{2k}}{q_{k+1}^{2\alpha_{k+1}}R_{k+1}^{2\alpha_{k+1}+1}}=U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_{k+1}R_k)\times$$

$$\times U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_{k+1}R_k)-$$

$$-U^{k2}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_{k+1}R_k)U^{k1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_{k+1}R_k);\ k=\overline{1,n}.$$

Припустимо, що має місце умова однозначної розв'язності крайової задачі (6) – (8): визначник алгебраїчної системи (24) в півплощині $\mathrm{Re}\,p\geq\sigma_0$, де σ_0 – абсциса збіжності інтегралу Лапласа, не рівний нулю:

$$\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)\neq 0. \qquad (26)$$

В результаті однозначної розв'язності алгебраїчної системи (24), підстановки отриманих значень A_k, B_k, B_{n+1}, D_{1k}, D_{2k}, E_{1k}, E_{2k}, $D_{1,n+1}$, $E_{1,n+1}$, $E_{2,n+1}$ ($k=\overline{1,n}$) в (14) після низки перетворень шляхом розкриття визначників $\Delta^*_{A_k}I_{\nu_k,\alpha_k}(q_kr)+\Delta^*_{B_k}K_{\nu_k,\alpha_k}(q_kr)$ ($k=\overline{1,n}$) одержуємо рекурентні вирази для обчислення компонент вектор-функції $C^*(p,r)$ – розв'язку крайової задачі (6) – (8):

$$C_k^*(p,r)=W^*_{k1}(p,r)\omega^*_{R_0}(p)+$$

$$+\sum_{j=1}^{n}[\mathcal{R}^*_{1;k,j}(p,r)\omega_{1j}+\mathcal{R}^*_{2;k,j}(p,r)\omega_{2j}]+$$

$$+\sum_{j=1}^{n+1}\int\limits_{R_{j-1}}^{R_j}\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);kj}(p,r,\rho)\cdot\mathcal{F}^*_j(p,\rho)\rho^{2\alpha_j+1}d\rho;$$

$$k=\overline{1,n+1},\ R_{n+1}=\infty. \qquad (27)$$

Тут головні розв'язки крайової задачі (6) – (8) мають подані нижче вирази. Функції впливу лівої крайової умови $\omega^*_{R_0}(p)$ на k-ий сегмент адсорбційного середовища

$$W^*_{k1}(p,r)=\begin{cases}\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}[\Phi^1_{\nu_1,\alpha_1;21}(q_1R_1,q_1r)\Delta'_{\overline{1,2}}-\Phi^1_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1R_1,q_1r)\Delta_{\overline{1,2}}], & k=1;\\ \frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\prod\limits_{s=1}^{k-1}z_{1s}\times[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)\Delta_{\overline{1,2k}}], & k=\overline{2,n};\\ \frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\prod\limits_{s=1}^{n}z_{1s}\times K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r), & k=n+1;\end{cases} \qquad (28)$$

Функції впливу j-го джерела $\mathcal{F}^*_j(p,\rho)$ на k-ий сегмент неоднорідного нанопористого середовища:

– впливу j-го джерела ($j=\overline{1,n+1}$) на перший сегмент середовища:

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);11}(p,r,\rho)=\frac{q_1^{2\alpha_1}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}}\begin{cases}\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1\rho)\times[\Phi^1_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1r,q_1R_1)A_{\overline{1,2}}-\Phi^1_{\nu_1,\alpha_1;21}(q_1r,q_1R_1)A'_{\overline{1,2}}], & R_0<\rho<r<R_1;\\ \Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r)\times[\Phi^1_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1\rho,q_1R_1)A_{\overline{1,2}}-\Phi^1_{\nu_1,\alpha_1;21}(q_1\rho,q_1R_1)A'_{\overline{1,2}}], & R_0<r<\rho<R_1;\end{cases} \qquad (29)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);1j}(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=1}^{j-1}z_{2s}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r)[\Phi^j_{\nu_j,\alpha_j;11}(q_jR_j,q_j\rho)\times$$

$$\times A_{\overline{1,2j}}-\Phi^j_{\nu_j,\alpha_j;21}(q_jR_j,q_j\rho)A'_{\overline{1,2j}}];\ j=\overline{2,n}; \qquad (30)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);1,n+1}(p,r,\rho)=\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}\prod\limits_{s=1}^{n}z_{2s}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r)K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}\rho);\quad(31)$$

– впливу j-го джерела ($j=\overline{1,n+1}$) на k-ий сегмент ($k=\overline{2,n}$) середовища:

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);k1}(p,r,\rho)=-\frac{q_1^{2\alpha_1}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\prod_{s=1}^{k-1}z_{1s}\times$$

$$\times\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1\rho)[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)\times$$

$$\times A'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}];\qquad(32)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);kj}(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=j}^{k-1}z_{1s}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-$$

$$-\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}]\times$$

$$\times[\Phi^{j-1}_{\nu_j,\alpha_j;22}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\Delta_{\overline{1,2j-2}}-$$

$$-\Phi^{j-1}_{\nu_j,\alpha_j;12}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\Delta'_{\overline{1,2j-2}}];$$

$$j=\overline{2,k-1};\,k=\overline{2,n};\qquad(33)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);kj}(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=k}^{j-1}z_{2s}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-$$

$$-\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}]\times$$

$$\times[\Phi^{j}_{\nu_j,\alpha_j;21}(q_jR_j,q_j\rho)A'_{\overline{1,2j}}-$$

$$-\Phi^{j}_{\nu_j,\alpha_j;11}(q_jR_j,q_j\rho)A_{\overline{1,2j}}];$$

$$j=\overline{k+1,n};\,k=\overline{2,n};\qquad(34)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);kk}(p,r,\rho)=\frac{q_k^{2\alpha_k}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\begin{cases}[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_k\rho)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\\ [\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\end{cases}$$

$$\begin{matrix}-\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_k\rho)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}]\times\\ -\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}]\times\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}\times[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-\\ \times[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_k\rho)A'_{\overline{1,2k}}-\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}-\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}],\;R_{k-1}<\rho<r<R_k,\\ -\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_k\rho)A_{\overline{1,2k}}],\;R_{k-1}<r<\rho<R_k,\end{matrix}\qquad(35)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);k,n+1}(p,r,\rho)=\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\prod_{s=k}^{n}z_{2s}K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}\rho)\times$$

$$\times[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-$$

$$-\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\qquad(36)$$

– впливу j-го джерела ($j=\overline{1,n+1}$) на $n+1$-ий сегмент середовища:

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);n+1,1}(p,r,\rho)=-\frac{q_1^{2\alpha_1}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\prod_{s=1}^{n}z_{1s}\times$$

$$\times\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1\rho)K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r);\quad(37)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);n+1,j}(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=j}^{n}z_{1s}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r)[\Phi^{j-1}_{\nu_j,\alpha_j;22}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\times$$

$$\times\Delta_{\overline{1,2j-2}}-\Phi^{j-1}_{\nu_j,\alpha_j;12}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\Delta'_{\overline{1,2j-2}}];\,j=\overline{2,n};\qquad(38)$$

$$\mathcal{H}^*_{(\nu,\alpha);n+1,n+1}(p,r,\rho)=\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\begin{cases}K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r)\times\\ K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}\rho)\times\end{cases}$$

$$\begin{matrix}\times[\Phi^n_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};22}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}\rho)\Delta_{\overline{1,2n}}-\\ \times[\Phi^n_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};22}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}r)\Delta_{\overline{1,2n}}-\end{matrix}\qquad(39)$$

$$\begin{matrix}-\Phi^n_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};12}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}\rho)\Delta'_{\overline{1,2n}}],\\ -\Phi^n_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};12}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}r)\Delta'_{\overline{1,2n}}],\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}R_n<\rho<r<R_{n+1};\\ R_n<r<\rho<R_{n+1};\end{matrix}$$

Функції впливу неоднорідностей першої умови j-го інтерфейсу ω_{1j} ($j=\overline{1,n}$) на k-ий сегмент неоднорідного нанопористого середовища:

$$\mathcal{R}^*_{1;1j}(p,r)=\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\begin{cases}\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1\rho)\times\\ \prod\limits_{s=1}^{j-1} z_{2s}\times\\ -U^{n,2}_{\nu_j,\alpha_j;22}(q_{n+1}R_n)\times\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\times A_{\overline{1,2}}; & j=1,\\ \times\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r)A_{\overline{1,2j}}; & j=\overline{2,n-1};\\ \times\prod\limits_{s=1}^{n-1} z_{2s}\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r);\ j=n; & \end{array}\tag{40}$$

$$\mathcal{R}^*_{1;kj}(p,r)=-\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\begin{cases}\Delta_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1R_1)\times\\ \Delta'_{\overline{1,2j}}\times\\ A_{\overline{1,2k}}\times\\ A_{\overline{1,2j}}\times\\ -U^{n,2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};22}(q_{n+1}R_n)\times\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\times\prod\limits_{s=2}^{k-1} z_{1s}[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-\\ \times\prod\limits_{s=j+1}^{k-1} z_{1s}[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-\\ \times[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\\ \times\prod\limits_{s=k}^{j-1} z_{2s}[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\times\\ \times\prod\limits_{s=k}^{n-1} z_{2s}[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\times\end{array}$$

$$\begin{array}{l}-\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}];\\ -\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}];\\ -\Phi^{k-1}_{\nu_j,\alpha_j;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\\ \times\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\\ \times\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\end{array}$$

$$\begin{array}{l}j=1;\\ j=\overline{2,k-1};\\ j=k;\\ j=\overline{k+1,n-1};\\ j=n;\end{array}\tag{41}$$

$$\mathcal{R}^*_{1;n+1,j}(p,r)=-\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\begin{cases}\Delta_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1R_1)\times\\ \Delta'_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=2}^{n-1} z_{1s}\times\\ \Delta'_{\overline{1,2n}}\times\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\times\prod\limits_{s=2}^{n} z_{1s}K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r);\ j=1; & \\ \times K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r); & j=\overline{2,n-1};\\ \times K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r); & j=n;\end{array}\tag{42}$$

Функції впливу неоднорідностей другої умови j-го інтерфейсу ω_{2j} $(j=\overline{1,n})$ на k-ий сегмент нанопористого середовища:

$$\mathcal{R}^*_{2;1j}(p,r)=-\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\begin{cases}\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r)\times\\ \prod\limits_{s=1}^{j-1} z_{2s}\times\\ -U^{n,2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};12}(q_{n+1}R_n)\times\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\times A'_{\overline{1,2}}; & j=1,\\ \times\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r)A'_{\overline{1,2j}}; & j=\overline{2,n-1};\\ \times\prod\limits_{s=1}^{n-1} z_{2s}\Phi^0_{\nu_1,\alpha_1;12}(q_1R_0,q_1r);\ j=n; & \end{array}\tag{43}$$

$$\mathcal{R}^*_{2;kj}(p,r)=\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\begin{cases}\Delta_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1R_0,q_1R_1)\times\\ \Delta_{\overline{1,2j}}\times\\ A'_{\overline{1,2k}}\times\\ A'_{\overline{1,2j}}\times\\ -U^{n,2}_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1};12}(q_{n+1}R_n)\times\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\times\prod\limits_{s=2}^{k-1} z_{1s}[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-\\ \times\prod\limits_{s=j+1}^{k-1} z_{1s}[\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;21}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-\\ \times[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\\ \times\prod\limits_{s=k}^{j-1} z_{2s}[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\times\\ \times\prod\limits_{s=k}^{n-1} z_{2s}[\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;22}(q_kR_{k-1},q_kr)\times\end{array}$$

$$\begin{array}{l}-\Phi^k_{\nu_k,\alpha_k;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}];\\ -\Phi^k_{\nu_j,\alpha_j;11}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}];\\ -\Phi^{k-1}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\\ \times\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\\ \times\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu_k,\alpha_k;12}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}];\end{array}$$

$$\begin{array}{l}j=1;\\ j=\overline{2,k-1};\\ j=k;\\ j=\overline{k+1,n-1};\\ j=n;\end{array}\tag{44}$$

$$\mathcal{R}^*_{2;n+1,j}(p,r)=\frac{1}{\Delta^*_{(\nu,\alpha)}(p)}\times$$

$$\times\begin{cases}\Delta_{\nu_1,\alpha_1;11}(q_1R_0,q_1R_1)\times\\ \Delta_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=2}^{n-1}z_{1s}\times\\ \Delta_{\overline{1,2n}}\times\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\times\prod\limits_{s=2}^{n}z_{1s}K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r);\,j=1; & \\ \times K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r); & j=\overline{2,n-1};\\ \times K_{\nu_{n+1},\alpha_{n+1}}(q_{n+1}r); & j=n.\end{array}\qquad(45)$$

Перехід до оригіналів. Особливими точками головних розв'язків крайової задачі (6) – (8) $W_{1k}^*(p,r)$, $\mathcal{R}_{1;kj}^*(p,r)$, $\mathcal{R}_{2;kj}^*(p,r)$, $\mathcal{H}_{(\nu,\alpha);kj}^*(p,r,\rho)$ є точки галуження $p=\infty$ та $p_{1,2}=-\frac{1}{2}[S_1\pm\sqrt{S_2}]<0$;

$$S_1=\beta_k(1+\gamma_k)+\eta_k^2;\quad S_2=(\eta_k-\beta_k\gamma_k)^2+$$
$$+\beta_k[\beta_k(1+2\gamma_k)+2\eta_k^2]>0.\qquad(46)$$

Отже, при переході до оригіналів за Лапласом інтеграл по контуру Бромвіча можна замінити інтегралом по уявній осі [6]:

$$W_{1k}(t,r)=L^{-1}[W_{1k}^*(p,r)]=$$
$$=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}W_{1k}^*(p,r)e^{pt}dp=$$
$$=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-i\infty}^{i\infty}W_{1k}^*(p,r)e^{pt}dp=$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}W_{1k}^*(is,r)e^{ist}ds=$$
$$=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\,[W_{1k}^*(is,r)e^{ist}]ds;$$
$$R_{mkj}(t,r)=L^{-1}[\mathcal{R}_{m;kj}^*(p,r)]=$$
$$=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\,[\mathcal{R}_{m;kj}^*(is,r)e^{ist}]ds,\,m=\overline{1,2};$$
$$\mathcal{H}_{(\nu,\alpha);k,k_1}(t,r,\rho)=L^{-1}[\mathcal{H}_{(\nu,\alpha);k,k_1}^*(p,r,\rho)]=$$
$$=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\,[\mathcal{H}_{(\nu,\alpha);k,k_1}^*(is,r,\rho)e^{ist}]ds.\qquad(47)$$

У результаті однозначної розв'язності алгебраїчної системи (22), з врахуванням одержаних головних розв'язків задачі (6) – (8) та формул (47), отримуємо єдиний розв'язок вихідної задачі (1) – (5):

$$C_k(t,r)=\int\limits_0^t W_{1k}(t-\tau,r)\omega_{R_0}(\tau)d\tau+$$
$$+\sum_{j=1}^{n}\int\limits_0^t[\mathcal{R}_{1;kj}(t-\tau,r)\omega_{1j}(\tau)+$$
$$+\mathcal{R}_{2;kj}(t-\tau,r)\omega_{2j}(\tau)]d\tau+$$
$$+\int\limits_0^t\sum_{k_1=1}^{n+1}\int\limits_{R_{k_1}-1}^{R_{k_1}}\mathcal{H}_{(\nu,\alpha);k,k_1}(t-\tau,r,\rho)[f_{k1}(\tau,\rho)+$$
$$+C_{0;k1}(\rho)\delta_+(\tau)]\rho^{2\alpha_k+1}d\rho d\tau+$$
$$+\int\limits_0^t\sum_{k_1=1}^{n+1}\int\limits_{R_{k_1}-1}^{R_{k_1}}\frac{\beta_{k_1}\gamma_{k_1}}{D_{z_{k_1}}}\mathcal{H}_{(\nu,\alpha);k,k_1}(t-\tau,r,\rho)e^{-\beta_{k_1}\gamma_{k_1}\tau}\times$$
$$\times a_{0;k1}(\rho)\rho^{2\alpha_{k_1}+1}d\rho d\tau;\qquad(48)$$
$$a_k(t,r)=\beta_k\int\limits_0^t e^{-\beta_k\gamma_k(t-\tau)}C_k(\tau,r)d\tau+$$
$$+e^{-\beta_k\gamma_k t}a_{0k}(r).\qquad(49)$$

Тут

$$\omega_{R_0}(t)=L^{-1}[\omega_{R_0}^*(p)]=\omega_0(t)+\left(\delta_{11}^0\frac{d}{dr}+\right.$$
$$\left.+\gamma_{11}^0\right)C_{01}(r)\bigg|_{r=R_0}\delta_+(t);$$
$$\omega_{mj}=\left[\left(\delta_{m1}^j\frac{d}{dr}+\gamma_{m1}^j\right)C_{0j}(r)-\left(\delta_{m2}^j\frac{d}{dr}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\gamma_{m2}^j\right)C_{0,j+1}(r)\right|_{r=R_j}\delta_+(t);m=\overline{1,2};j=\overline{1,n},$$

$\delta_+(t)$ – дельта-функція, зосереджена в точці $t=0+$.

Висновки. Запропонована математична модель масопереносу в необмеженому циліндричному неоднорідному нанопористому середовищі з порожниною, доведено теорему про розв'язність відповідної неоднорідної змішаної задачі і отримано точний аналітичний розв'язок, що описує вплив цілого ряду важливих фізичних чинників внутрішньої кінетики переносу, головними серед яких є вплив нестаціонарних умов системи n-інтерфейсних взаємодій на масообмінних межах. Це дає можливість моделювати концентраційні профілі адсорбтиву в макро- та мікропорах, здійснювати комплексний аналіз внутрішньої кінетики масопереносу як на макрорівні, так і на рівні нанопорів частинок середовищ, проектувати оптимальні технологічні схеми неоднорідного масопереносу для багатоскладових середовищ з різними фізико-хімічними характеристиками. Як показують результати інших праць автора, такого класу розв'язки разом з рекурентними матричними алгоритмами побудови матриць функцій впливу змішаної задачі є добре застосовними для формулювання та розв'язування зворотних задач масопереносу – визначення кінетичних параметрів. Це дозволяє реалізовувати ефективні процедури перевірки на адекватність параметрів моделювання і фізичного експерименту.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Ленюк М.П., Петрик М.Р.* Інтегральні перетворення Фур'є, Бесселя із спектральним параметром в задачах математичного моделювання масопереносу в неоднорідних середовищах. – Київ: Наук. думка, 2000. – 372 с.

2. *Ленюк М.П., Петрик М.Р.* Математичне моделювання адсорбційного масопереносу зі спектральним параметром для неоднорідних n-інтерфейсних обмежених мікропористих середовищ // Волинський математичний вісник, 2003. Вип. 10. – С. 161 – 185.

3. *Петрик М.Р.* Математичне моделювання дифузійного масопереносу зі спектральним параметром для n-інтерфейсних неоднорідних і нанопористих необмежених середовищ // Науковий вісник Чернівецького університету: Зб. наук. пр. Вип. 288. Математика. – Чернівці: Рута, 2006. – С. 90 – 98.

4. *M.Petryk, O.Shabliy, M.Lenyuk, P.Vasyluk.* "Mathematical Modelling and Research for Diffusion Process in Multilayer and Nonoporous Media"Fluid Transport in Nanoporous Materials (W.C.Conner and J.Fraissard, eds.), NATO Science Series, Series II: Mathematics, Physics and Chemistry, 2006, Vol. 219, 685 – 655. Springer Publishers, Netherlands.

5. *Петрик М., Баб'юк М.* Двовимірна осесиметрична модель двофазного сорбційного масопереносу із спектральним параметром для напівобмеженого двоскладового (по вісі z) середовища // Математическое моделирование в образовании, науке и промышленности: Сб. науч. тр. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургское отделение МАН ВШ, 2000. – С. 133 – 137.

6. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1965 – 715 с.

7. *Лыков А.В.* Тепломассообмен (Справочник). – М.: Энергия, 1971. – 560 с.

8. *Barrer R.M.* Diffusion and Flow in Porous Zeolite, Carbon and Ceramic Media, Characterization of Porous Solids, Society of Chemical Industry, London, 1979.

9. *Chen N.Y., Degnan and Smith.* Molecular Transport and Reaction in Zeolite: Design ans Application of Shape Selective Catalysis. V.C.H. Weinheim, New-York, (1994).

10. *Kärger J., H. Pfeifer and W.Heink.* Advances in Magnetic Resonance, J.S. Waugh (Ed.) Vol. 12. p. 1, Academic Press, San Diego, 1988.

11. *Kärger J. and D.Ruthven.* Diffusion in Zeolite and other Microporous Solids, John Wiley & Sons, New-York, 1992.

12. *Magalhaes F.D., R.L.Laurence, W.C.Corner, M.A. Springuel-Huet, A.Nosov and J. Fraissard.* "Study of molecular transport in beds of zeolite crystallites: semi-quantitative modelling of ^{1}29Xe NMR expiriments", J.Phys. Chem. V. 101, 2277 – 2284 (1997).

13. *Springuel-Huet, M.A., A. Nosov, J. Karger, J. Fraissard,* "^{1}29Xe NMR study of bed resitance to molecular t ransport in assemblages of zeolite crystallites", J. Phys. Chem., 100, 7200-7203 (1996).

14. *P. N'Gokoli-Kekele, M. A. Spiringuel-Huet, J. Fressard.* An Analitical Study of Molecular Transport in Zeolite Bed . Adsorption.(Kluwer), 8, 35-44, (2002).