

СПІВІСНУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ СИМЕТРИЧНОЇ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Досліджуються узагальнені періодичні розв'язки крайової задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними і нелінійними крайовими умовами. Використовуючи класифікацію цих розв'язків і відношення часткового порядку, що існує на множині їх типів, досліджено задачу про співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі.

The paper deals with a generalized periodic solutions of boundary value problem for a system of first-order linear partial differential equations with nonlinear boundary conditions. Using a classification of such solutions as well as partial order on a set of their types, the problem of coexistence of generalized periodic solutions to the boundary problem is studied.

1. Вступ. З розвитком інформаційних технологій актуальною є проблема побудови ширококутових генераторів цифрових (кусково-сталих) періодичних сигналів. У даній роботі пропонується один з варіантів феноменологічної моделі генератора таких сигналів. Для побудови такого генератора використовується, зокрема, система телеграфних рівнянь, а основними вимогами, які повинна задовольняти побудована модель, є сталість початкових умов та можливість зведення дослідження отриманої крайової задачі до дослідження одновимірної динаміки, бо останнє дає змогу суттєво деталізувати вивчення узагальнених періодичних розв'язків.

У даній статті розглядається питання про існування узагальнених кусково-сталих розв'язків системи $2n$ лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними вигляду

$$\frac{\partial u_i(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial u_i(x, t)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_i(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial v_i(x, t)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

де $x \in (0; 1)$, $t \in \mathbb{R}_0^+$; $u_i : [0; 1] \times \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $v_i : [0; 1] \times \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $1 \leq i \leq n$, з крайовими умовами:

$$u_i(0, t) = v_i(0, t), \quad (3)$$

$$v_i(1, t) = f_i(u_i(1, t)). \quad (4)$$

Тут $t \in \mathbb{R}_0^+$, функції $f_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $1 \leq i \leq n$, – неперервні.

У випадку $n = 1$ подібна крайова задача вивчалася в статті Вітта А.А. [1], де побудовано модель реальної фізичної системи і досліджено її розв'язки за допомогою методів теорії функціональних рівнянь [2].

Крайова задача (1)-(4) є узагальненням подібної задачі для лінійного диференціального рівняння першого порядку з частинними похідними і нелінійною крайовою умовою, співіснування узагальнених періодичних розв'язків якої вивчалася в статтях [3, 4]. Зауважимо, що співіснування узагальнених періодичних розв'язків досліджуваних крайових задач розуміється не за періодом, як співіснування циклів одновимірного неперервного відображення відрізка в себе згідно теореми Шарковського О.М. [5], а за спеціальним чином побудованою моделлю типу циклу.

Використовуючи результати [6], у даній статті доведено теорему про співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі (1)-(4).

Зауважимо також, що оскільки симетрична гіперболічна система рівнянь з частинними похідними є узагальненням системи гіперболічних рівнянь другого порядку, то

отримані результати легко застосувати і для дослідження відповідної крайової задачі для системи гіперболічних рівнянь другого порядку.

2. Основна частина. Розглянемо для задачі (1)-(4) початкові умови:

$$u_i(x, 0) = \varphi_i(x), \quad (5)$$

$$v_i(x, 0) = \psi_i(x), \quad (6)$$

де $\varphi_i : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi_i : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \in [0; 1]$, $1 \leq i \leq n$, – деякі функції.

Аналогічно [3, 4], щодо функцій $\varphi_i(x)$, $\psi_i(x)$, $1 \leq i \leq n$, припускаємо, що ці функції є сталими, тобто для будь-якого $x \in [0; 1]$ виконуються рівності $\varphi_i(x) = \varphi_i$, $\psi_i(x) = \psi_i$, де φ_i , ψ_i , $1 \leq i \leq n$, – фіксовані дійсні числа, причому ці числа є періодичними точками відповідного (за номером) відображення $f_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Тоді в якості розв'язку задачі (1)-(6) можна розглядати періодичні кусково-сталі вектор-функції з $2n$ елементів, кожен з яких є кусково-сталим, та які задовольняють крайові і початкові умови (3)-(6). Такі функції називаються узагальненими кусково-сталими періодичними розв'язками задачі (1)-(6).

Сформулюємо означення узагальненого розв'язку крайової задачі (1)-(6). Доцільно зауважити, що прямі $x - t = \text{const}$ є характеристиками кожного з n рівнянь (1), а прямі $x + t = \text{const}$ є характеристиками кожного з n рівнянь (2).

З крайових умов (3), (4) випливає, що поведінку розв'язків крайової задачі (1)-(6) визначають прямі $t = x + j$, $t = -x + j$, де $j \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, які паралельні характеристикам системи рівнянь (1), (2). Оскільки крайова задача (1)-(6) визначена на множині $\{(x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1, t \geq 0\}$, то замість прямих $t = x + j$, $t = -x + j$ доцільно розглядати множини вигляду

$$\underline{P}_j = \{(x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 0 < x < 1, t = x + j\},$$

$$\overline{P}_j = \{(x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 0 < x < 1, t = -x + j\},$$

де $j \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Означення 1. Узагальненим розв'язком крайової задачі (1)-(6) називається

вектор-функція довжини $2n$ вигляду $(u_1, v_1, \dots, u_i, v_i, \dots, u_n, v_n)$, де функції $u_i : [0; 1] \times \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $v_i : [0; 1] \times \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $1 \leq i \leq n$, задовольняють рівності (1)-(6) для всіх $(x, t) \in [0; 1] \times \mathbb{R}_0^+ \setminus \bigcup_{j \in \mathbb{N} \cup \{0\}} (\underline{P}_j \cup \overline{P}_j)$.

Сформулюємо низку необхідних означень.

Означення 2. Функція називається кусково-сталою, якщо множина її значень є скінченною.

Означення 3. Функція $\chi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \Omega$, де $\Omega \subseteq \mathbb{R}$, називається n -періодичною, де $n \in \mathbb{N}$, якщо для будь-яких довільних значень $x, t \in \mathbb{R}$ має місце рівність $\chi(x, t + n) = \chi(x, t)$, і при цьому n є найменшим серед чисел, для яких виконується остання рівність.

Нехай $I = [0; 1]$, $g \in C(I, I)$ – деяка неперервна функція. Як відомо, кожна неперервна функція дійсного аргументу породжує дискретну динамічну систему, тому трійка $(I, \mathbb{N} \cup \{0\}, g^n(x))$, де $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, є дискретною динамічною системою, що породжена відображенням g .

Розглянемо $B = \{\beta_1, \dots, \beta_i, \beta_{i+1}, \dots, \beta_n\}$ – довільний цикл періоду n відображення g , де $\beta_1 < \dots < \beta_i < \beta_{i+1} < \dots < \beta_n$, причому виконуються наступні рівності $g(\beta_i) = \beta_{j_i}$, де $1 \leq j_i \leq n$, $1 \leq i \leq n$, то тоді відповідну циклу B циклічну перестановку можна записати наступним чином $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$. Циклічне зображення перестановки π має вигляд $(1, \pi(1), \dots, \pi^{i-1}(1), \dots, \pi^{n-1}(1))$.

Отже, обмеження відображення на цикл є циклічною перестановкою, тобто g взаємно однозначно відображає на себе скінченну множину точок циклу, яка не містить власних інваріантних підмножин.

Означення 4. Циклічна перестановка π називається типом циклу B .

Типом довільної періодичної точки циклу називається тип цього циклу.

Означення 5. Розв'язок $(u_1, v_1, \dots, u_i, v_i, \dots, u_n, v_n)$ задачі (1)-(6) називається k -періодичним за Шарковським, де $k =$

$(k_1, \dots, k_i, \dots, k_n)$, якщо функції $u_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \Omega$, де $\Omega \subseteq \mathbb{R}$, $1 \leq i \leq n$, є k_i^1 -періодичними, функції $v_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \Omega$, $1 \leq i \leq n$, є k_i^2 -періодичними, множини типів циклів функцій f_i , $1 \leq i \leq n$, не є рівними і виконуються співвідношення $k_i = \max_{\triangleleft} \{k_i^1, k_i^2\}$, де символ “ \triangleleft ” визначає порядок Шарковського на множині натуральних чисел: $1 \triangleleft 2 \triangleleft 2^2 \triangleleft 2^3 \triangleleft \dots \triangleleft 2^2 \cdot 5 \triangleleft 2^2 \cdot 3 \triangleleft \dots \triangleleft 2 \cdot 5 \triangleleft 2 \cdot 3 \triangleleft \dots \triangleleft 9 \triangleleft 7 \triangleleft 5 \triangleleft 3$. Якщо серед функцій f_i , $1 \leq i \leq n$, є такі, що множини типів їх циклів є рівними, то значення k_i з номерами, що відповідають таким функціям, є рівними і знаходяться за аналогічними формулами, де більше згідно порядку Шарковського число знаходять з-поміж всіх значень періодів, номери яких співпадають з номерами таких функцій f_i .

У множині вектор-функції з $2n$ елементів вигляду $(u_1, v_1, \dots, u_i, v_i, \dots, u_n, v_n)$ виділимо підмножину \mathbb{A}_{2n} таких вектор-функцій, множина значень Θ_{2n} яких є скінченною підмножиною з простору \mathbb{R}^{2n} . Надалі під узагальненим розв’язком крайової задачі (1)-(6) розумітимемо кусково-сталу періодичну функцію, яка належить множині \mathbb{A}_{2n} і є узагальненим розв’язком крайової задачі (1)-(6).

Аналогічно поняттю узагальненого періодичного розв’язку крайової задачі для одного лінійного диференціального рівняння першого порядку з частинними похідними [3, 4], введемо поняття типу узагальненого періодичного розв’язку крайової задачі (1)-(6).

Означення 6. Типом узагальненого кусково-сталого k -періодичного за Шарковським розв’язку крайової задачі (1)-(6) називається таблиця T_n , кожен рядок з номером i , $1 \leq i \leq n$, якої дорівнює типу тієї періодичної точки серед точок φ_i, ψ_i , $1 \leq i \leq n$, період якої дорівнює відповідній за номером компоненті k_i вектора k .

Зауважимо, що тип узагальненого кусково-сталого k -періодичного за Шарковським розв’язку крайової задачі (1)-(6) можна визначити різними способами і у означенні 6 запропоновано лише один з можливих варіантів такого означення.

Для дослідження співіснування узагальнених кусково-сталих періодичних розв’язків крайової задачі (1)-(6) за допомогою їх типів, необхідно сформулювати наступні означення [6].

Означення 7. Циклічна перестановка $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$ називається опуклою вгору [7], якщо виконуються нерівності $j_i < j_{i+1}$ при $1 \leq i < \hat{i}$ і $j_i > j_{i+1}$ при $\hat{i} \leq i < n$, де $2 \leq \hat{i} \leq n - 1$ і $\pi(\hat{i}) = n$.

Аналогічно, циклічна перестановка $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix}$ називається опуклою вниз, якщо виконуються нерівності $j_i > j_{i+1}$ при $1 \leq i < \check{i}$ і $j_i < j_{i+1}$ при $\check{i} \leq i < n$, де $2 \leq \check{i} \leq n - 1$ і $\pi(\check{i}) = 1$.

Нескладно бачити, що два неперервні відображення відрізка, одне з яких має цикли типу опуклої вгору циклічної перестановки, а інше – типу опуклої вниз циклічної перестановки, є топологічно спряженими, тому достатньо розглянути властивості лише опуклих вгору циклічних перестановок, адже властивості опуклих вниз циклічних перестановок встановлюються автоматично, використовуючи їх зв’язок з опуклими вгору циклічними перестановками. У зв’язку з цим надалі розглядатимемо лише відображення, що мають цикли, яким відповідають опуклі вгору циклічні перестановки. Такі перестановки називатимемо опуклими циклічними перестановками.

З опуклими циклічними перестановками тісно пов’язані цикли унімодальних неперервних відображень. Сформулюємо означення унімодального відображення.

Означення 8. Нехай $g \in C(I, I)$. Відображення g називається унімодальним, якщо існує значення $c \in (0; 1)$ таке, що g монотонно не спадає (монотонно не зростає) на відрізка $[0, c]$ і монотонно не зростає (монотонно не спадає) на відрізка $[c, 1]$.

Тобто унімодальне відображення має лише дві гілки монотонності.

Враховуючи те, що ми розглядаємо опуклі перестановки, вважатимемо унімодальне відображення g опуклим вгору. Виклад-

ки для випадку, коли g – унімодальне опукле вниз відображення, аналогічні викладакам для випадку унімодального опуклого вгору відображення.

Оскільки обмеження неперервного відображення на цикл є циклічною перестановкою, то типом будь-якого циклу унімодального відображення є опукла циклічна перестановка, але можливо таке, що двом різним циклам одного періоду унімодального опуклого вгору відображення може відповідати одна й та сама опукла циклічна перестановка. Для того, аби розрізнити цикли у такому випадку скористаємося результатами, отриманими у роботі [6].

Розглянемо циклічне зображення типу $\pi = (1, \pi(1), \dots, \pi^{i-1}(1), \dots, \pi^{n-1}(1))$ циклу періоду n унімодального відображення. Запропонуємо наступні позначення: $\pi^i(1) = r_{i+1}$, $1 \leq i \leq n-1$ і перепишемо тип циклу у вигляді $(1, r_2, \dots, r_n)$. Оскільки $r_n = n$ – максимальне число серед чисел $1, r_2, \dots, r_n$, що утворюють тип $(1, r_2, \dots, r_n)$ циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка π , а число r_{n-1} є прообразом елемента r_n , то послідовно порівняємо кожне число $1, r_2, \dots, r_n$ з числом r_{n-1} і розіб'ємо цей тип $(1, r_2, \dots, r_n)$ на блоки (упорядковані ланцюжки чисел, з дотриманням уже встановленого в типові порядку) за наступним правилом: кожен блок містить елементи, які або всі менші за число r_{n-1} , або ж всі не менші за r_{n-1} . Очевидно, що блоки з непарними номерами містять лише числа, що менші за r_{n-1} , а блоки з парними номерами – лише ті числа, що не менші за r_{n-1} .

Тоді тип $(1, r_2, \dots, r_n)$ перестановки π можна записати наступним чином:

$$\left(\left| 1, \dots, r_{m_1} \mid r_{m_1+1}, \dots, r_{m_1+l_1} \mid \dots \right. \right. \\ \left. \left. \mid r_{m_1+l_1+\dots+l_{s-1}+1}, \dots, r_{m_1+l_1+\dots+m_s} \mid \right. \right. \\ \left. \left. r_{m_1+l_1+\dots+m_s+1}, \dots, r_{m_1+l_1+\dots+m_s+l_s} \right| \right), \quad (7)$$

де символ $|$ розділяє сусідні блоки.

Аналогічно, тип $(1, r_2, \dots, r_n)$ перестановки π можна записати так:

$$\left(\left| 1, \dots, r_{m'_1} \mid r_{m'_1+1}, \dots, r_{m'_1+l'_1} \mid \dots \right. \right.$$

$$\left. \left. \mid r_{m'_1+l'_1+\dots+l'_{s-1}+1}, \dots, r_{m'_1+l'_1+\dots+m'_s} \mid \right. \right. \\ \left. \left. r_{m'_1+l'_1+\dots+m'_s+1}, \dots, r_{m'_1+l'_1+\dots+m'_s+l'_s} \right| \right), \quad (8)$$

де блоки з непарними номерами містять лише числа, що не більші за r_{n-1} , а блоки з парними номерами – лише ті числа, що більші за r_{n-1} .

Кількість блоків у рядках (7) та (8) є парною, адже $r_n = n > r_{n-1}$, тобто кожен з рядків в (7), (8) закінчується блоком з парним номером $2s$ та $2s'$ відповідно.

При цьому виконуються наступні рівності:

$$\sum_{i=1}^s (m_i + l_i) = n, \quad \sum_{i=1}^{s'} (m'_i + l'_i) = n.$$

З чисел $m_1, m_2, \dots, m_s, l_1, l_2, \dots, l_s, m'_1, m'_2, \dots, m'_{s'}, l'_1, l'_2, \dots, l'_{s'}$, які фігурують в (7) і (8), утворимо числові набори вигляду:

$$(m_1, l_1, m_2, l_2, \dots, m_{s-1}, l_{s-1}, m_s, l_s), \quad (9)$$

$$(m'_1, l'_1, m'_2, l'_2, \dots, m'_{s'-1}, l'_{s'-1}, m'_{s'}, l'_{s'}), \quad (10)$$

де (9) відповідає рядку (7), а (10) – рядку (8).

Вважатимемо, що числовий набір складається лише з повторюваних блоків, якщо його можна записати у вигляді

$$(m_1, l_1, m_2, l_2, \dots, m_k, l_k, m_1, l_1, m_2, l_2, \dots, \\ m_k, l_k, \dots, m_1, l_1, m_2, l_2, \dots, m_k, l_k),$$

де $(m_1, l_1, m_2, l_2, \dots, m_k, l_k)$ – повторюваний блок (k – довільний (фіксований) дільник числа s).

Означення 9. Якщо числовий набір (9), що побудований за опуклою циклічною перестановкою π , не складається лише з повторюваних блоків, що його утворюють, то набір (9) називається m -моделлю типу циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка π . Аналогічно, якщо числовий набір (10), що побудований за опуклою циклічною перестановкою π , не складається лише з повторюваних блоків, що його утворюють, то набір (10) називається p -моделлю типу циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка π .

Означення 10. Вагою моделі типу циклу, яка зображується числовим набором $(m_1, l_1, m_2, l_2, \dots, m_s, l_s)$, називається число σ , що визначається з рівності:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^s \left((-2)^{\sum_{j=i+1}^s l_j} 2^{\sum_{j=i+1}^s m_j} (1 - (-2)^{l_i}) \right)}{1 - (-2)^{\sum_{i=1}^s l_i} 2^{\sum_{i=1}^s m_i}}. \quad (11)$$

Означення 11. Якщо опукла циклічна перестановка π має одну модель типу циклу, то її вагою називається вага цієї моделі типу циклу. Якщо опукла циклічна перестановка π має дві моделі типу циклу, то її вагою називається більша з ваг цих моделей типу циклу. Вага опуклої циклічної перестановки π позначається σ_π .

Означення 12. Моделлю типу узагальненого кусково-сталого k -періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) називається така таблиця, кожен рядок з номером i якої дорівнює моделі типу циклу, якому відповідає опукла циклічна перестановка періоду, що дорівнює компоненті k_i вектора k . Якщо ця перестановка має дві моделі типу циклу, то обираємо ту з них, вага якої більша.

Означення 13. Вагою моделі типу узагальненого кусково-сталого k -періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) називається вектор, що складається з ваг відповідних за номером рядків у таблиці-моделі типу цього розв'язку.

На множині векторів-ваг моделей типу узагальненого кусково-сталого k -періодичного за Шарковським розв'язку крайової задачі (1)-(6) визначимо відношення порядку наступним чином: вважатимемо, що два довільні вектори-ваги $\sigma' = (\sigma'_1, \dots, \sigma'_i, \dots, \sigma'_n)$ і $\sigma'' = (\sigma''_1, \dots, \sigma''_i, \dots, \sigma''_n)$ знаходяться у відношенні " \preceq ", тобто $\sigma' \preceq \sigma''$, якщо для довільного номера i , $1 \leq i \leq n$, виконується співвідношення $\sigma'_i \geq \sigma''_i$.

Таким чином введене відношення \preceq є відношенням часткового порядку на множині

векторів-ваг.

Використовуючи відношення часткового порядку \preceq на множині векторів-ваг, на множині типів узагальнених кусково-сталих k -періодичних за Шарковським розв'язків крайової задачі (1)-(6) визначимо відношення порядку " \dashv " наступним чином: дві довільні таблиці T'_n і T''_n знаходяться у відношенні \dashv , тобто $T'_n \dashv T''_n$, якщо $\sigma_{T'_n} \preceq \sigma_{T''_n}$, де $\sigma_{T'_n}$ – вектор ваги типу T'_n , а $\sigma_{T''_n}$ – вектор ваги типу T''_n . Зрозуміло, що введене таким чином відношення порядку \dashv є відношенням часткового порядку на множині типів узагальнених кусково-сталих k -періодичних за Шарковським розв'язків крайової задачі (1)-(6).

Має місце наступна теорема.

Теорема. Нехай задана крайова задача (1)-(4), де $f_i \in C(I, I)$ – неперервні функції, $1 \leq i \leq n$, з початковими умовами (5), (6), де початкові функції є сталими і значення цих сталих є точками опуклих циклів динамічної системи породженої відповідними відображеннями f_i . Якщо крайова задача (1)-(4) має узагальнений кусково-сталий періодичний розв'язок типу T'_n , то вона також має узагальнений кусково-сталий періодичний розв'язок типу T''_n , де $\sigma_{T'_n} \preceq \sigma_{T''_n}$.

Схема доведення теореми. Оскільки крайова задача (1)-(6) складається з n незалежних крайових задач для систем з двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними і нелінійною крайовою умовою, то для кожної такої задачі з відповідним номером, який дорівнює номеру функції f_i з крайової умови, з означення типу узагальненого кусково-сталого періодичного розв'язку крайової задачі (1)-(6) випливає, що одне зі значень сталих функцій φ_i, ψ_i з початкових умов з відповідним номером є періодичною точкою типу $\pi'_i \in \Pi$ відображення f_i , де π'_i – рядок з відповідним номером i з таблиці типу T'_n розглядуваного узагальненого кусково-сталого періодичного розв'язку крайової задачі (1)-(6).

Далі, використовуючи формулу Д'Алам-

бера та сталість функцій у початкових умовах, кожна з n незалежних крайових задач для системи з двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, що разом становлять крайову задачу (1)-(6), зведемо до різницевого рівняння з дискретним аргументом та початковими умовами, значення яких рівні значенням початкових умов відповідної крайової задачі.

Внаслідок редукції до різницевого рівняння кожен з рядків таблиці типу T'_n є типом циклу неперервного відображення f_i з відповідним номером.

Використовуючи теорему [6], про те, що у випадку, коли неперервне відображення відрізку має цикл типу опуклої циклічної перестановки, то воно також має цикл більшого типу згідно відношення порядку на множині опуклих циклічних перестановок, отримуємо, що кожне неперервне відображення f_i з відповідним номером також має цикл більшого типу, ніж π'_i , за відношенням порядку на множині опуклих циклічних перестановок.

Знову використавши зв'язок кожної крайової задачі, що є компонентою крайової задачі (1)-(6), з динамікою відображення f_i з відповідним номером i , отримуємо, що крайова задача (1)-(6) має узагальнений кусково-сталій періодичний розв'язок деякого типу T''_n , де $\sigma_{T'_n} \preceq \sigma_{T''_n}$.

3. Висновки. Розглянуто питання співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку з частинними похідними та нелінійними крайовими умовами. Використовуючи запропоновані поняття моделі типу циклу, вектора ваги моделі типу циклу і відношення часткового порядку, що існує на множині типів узагальнених періодичних розв'язків розглядуваної крайової задачі, доведено теорему про співіснування узагальнених періодичних розв'язків крайової задачі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Vitt A.A.* К теории скрипичной струны // Журн. тех. физики. – 1936. – 6, №9. – С. 1459-1479.

2. *Шарковский А.Н., Майстренко Ю.Л., Романенко Е.Ю.* Разностные уравнения и их приложения. – К.: Наукова думка, 1986. – 278 с.

3. *Тицук Т.В.* Узагальнені періодичні розв'язки нелінійної крайової задачі для диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку гіперболічного типу // Буковинський математичний журнал. – 2014. – 2, №1. – С. 113-117.

4. *Самойленко В.Г., Тицук Т.В.* Кусочно-постоянные решения линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка // Веснік Брєсцкага універсітєта. Серія 4. Фізика. Математика. – 2015. – №1. – С. 41-46.

5. *Шарковский А.Н.* Существование циклов непрерывного преобразования прямой в себя // Укр. мат. журн. – 1964. – 16, №1. – С. 61-71.

6. *Самойленко В.Г., Тицук Т.В., Федоренко В.В.* Співіснування типів унімодальних циклів неперервного відображення відрізку в себе // Буковинський математичний журнал. – 2014. – 2, №4. – С. 64-73.

7. *Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Сивак А.Г., Федоренко В.В.* Динамика одномерных отображений. – К.: Наукова думка, 1989. – 216 с.