

МАРТИНЮК С.В., ЦУРКАН В.І.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ЯКІСНИХ ЗМІН ВИКОНАННЯ КОМАНДНИХ ДІЙ НА ОСНОВІ Т-КРИТЕРІЮ ВІЛКОКСОНА

Волейбол став одним з найшвидших, найсильніших і захопливих видів спорту в наш час. Гра акцентується на швидкості, силі атак і продуктивних тривалих розіграшах, де важлива грамотна техніка захисту. Використання статистики в даному виді спорту відіграє ключову роль у здійсненні об'єктивного аналізу різних параметрів гри. Тренери використовують ці дані для виявлення сильних та слабких сторін гравців та розвитку нових методів тренувань з метою покращення різних аспектів гри.

Метою дослідження була побудова математичної моделі для визначення результатів виконання певних дій і зробити висновок ефективності даних дій.

У проміжку між двома замірами було виконано спеціальний тренувальний об'єм над ігровою дією "Подача". По отриманих результатах та в ході їх обробки з використанням Т-критерію Вілкоксона для зв'язних вибірок були висунуті та підтверджені гіпотези, щодо двох характеристик ігрової дії "подача": відсоток подач на виліт (ейси) та відсоток помилок.

У результаті підтвердилася гіпотеза щодо суттєвого покращенні відсотку подач на виліт (ейсів) у результаті експерименту та нульової гіпотези щодо відсотку помилок при подачі що суттєвих змін не відбулося.

Висновки. Завдяки даній математичній моделі гри ми отримали механізм оцінки ефективності певних дій у грі, а саме зміні якості подач від заданого тренувального процесу. Даний метод можна буде застосовувати для оцінки змін інших ігрових якостей, що будуть використовуватися в математичній моделі. Проблемним залишається питання рівномірного розподілу в залежності від сили суперників та підбору відповідних коефіцієнтів для проведення таких досліджень.

*Ключові слова і фрази:* математична модель, критерій оцінювання, волейбол, статистичні показники, тренувальний процес.

---

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна  
e-mail: [s.martyniuk@chnu.edu.ua](mailto:s.martyniuk@chnu.edu.ua), [tsurkan.viacheslav.i@chnu.edu.ua](mailto:tsurkan.viacheslav.i@chnu.edu.ua)

### ВСТУП

Побудова математичної моделі є актуальною у зв'язку з важливими науковими та практичними завданнями, пов'язаними з аналізом та оптимізацією стратегій в ігрових

---

УДК 519.22:796.325

2010 *Mathematics Subject Classification:* 62E86.

ситуаціях. Ця проблема має широкий спектр застосувань у різних галузях, включаючи економіку, бізнес, біологію, соціологію, інформаційні технології та спорт.

У галузі економіки і бізнесу математичні моделі гри допомагають в аналізі конкурентних ринків, прийнятті рішень у стратегічному менеджменті та формуванні оптимальних стратегій. Наприклад, у торговій галузі модель гри може допомагати прогнозувати реакції конкурентів на зміни цін.

В біології та екології математичні моделі гри використовуються для дослідження взаємодії між видами в екосистемах, вивчення популяційних динамік та розвитку оптимальних стратегій виживання; у соціальних науках – для аналізу соціальних взаємодій, наприклад, дослідження конфліктів, співпраці та взаємодії між групами людей; у сфері інформаційних технологій математичні моделі гри використовуються для створення алгоритмів прийняття рішень у розподілі ресурсів, оптимізації мережевих структур та розробки ігрових алгоритмів штучного інтелекту.

У спорті математичні моделі гри можуть допомагати тренерам та гравцям аналізувати стратегії супротивників, приймати рішення під час матчів та оптимізувати тренувальні програми.

Проблема побудови математичної моделі гри передбачає розв'язання завдань, таких як формалізація правил гри, визначення стратегій учасників, аналіз оптимальних рішень та передбачення можливих результатів. Розв'язання цих завдань може призвести до розширення наукових знань у відповідних галузях та покращення практичних аспектів прийняття рішень.

## 1 АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Дослідження по побудові математичної моделі гри, а саме в контексті волейболу, можна охарактеризувати як вузько направлені.

В своєму дисертаційному дослідженні "Розвиток координаційних здібностей юних волейболісток на етапі початкової підготовки", Бойчук Роман Іванович, досліджує взаємозв'язок координаційних та інших рухових здібностей (швидкісних, силових, швидкісно-силових) у юних волейболісток 10-12 років: [https://repository.ldufk.edu.ua/bitstream/34606048/2086/1/Boychuk\\_99.pdf](https://repository.ldufk.edu.ua/bitstream/34606048/2086/1/Boychuk_99.pdf).

Вінницькі колеги провели аналіз статистики Суперліги DMART регулярного чемпіонату України 2022-2023 років: <http://visnyk-sport.kpnu.edu.ua/article/view/278998/273640>. Дане дослідження основане на статистичній звітності на веб-сайті Федерації волейболу України (<http://surl.li/fukwc>), яка використовує програмне забезпечення Data Volley (програмне забезпечення для обробки статистичних даних, надане Data Project Competition Site by Data Project, є обов'язковим для всіх матчів CEV). Програма надає статистичну інформацію на веб-сайті CEV, який використовується користувачами (у тому числі науковцями) та ЗМІ по всьому світу [1].

Грецькі вчені на основі даних статистики учасників чемпіонату Європи з волейболу серед чоловічих команд 2019 р. провели аналіз статистичних даних: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/24748668.2021.1945879>. Розраховували ефективність основних волейбольних навичок, таких як подача, прийом, атака після прийому, атака після

захисту та блок [2]. Було проведено два поетапні дискримінантні аналізи, щоб визначити внесок ефективності кожної навички у перемогу у волейбольному сеті та класифікацію команди [3]. Результати перехресної перевірки показали, що дискримінантна функція правильно класифікувала 91,1% продуктивності команд у виграшних сетях і 83,3% рівня продуктивності команд. Змінними, які вважалися центральними у визначенні дискримінантного розміру, були виграш брейкпоінта (очка після власної подачі, позначається  $WRwin$ )  $WRwin = 0,755$  та ефективність атаки після прийому (позначається  $A1E$ )  $A1E = 0,484$  для виграшних сетів, а також  $WRwin = 0,534$  і  $A1E = 0,454$  для рівня продуктивності відповідно. Результати дослідження свідчать про те, що успіх у волейболі в типовому сеті або турнірі можна пояснити двома показниками ефективності: ефективністю атаки після прийому та показником успішності комплексу брейкпоінтів (в тому числі і виконанням подачі).

## 2 ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

В даній статті розглядається питання яким чином математично визначити результат виконання певних дій протягом визначеного періоду часу і зробити висновок ефективності даних дій, відображених у статистичних даних. А саме, чи вплинули спеціальні тренування подачі у жіночій волейбольній команді майстрів першої ліги між двома турами Чемпіонату України на відсоток подач на виліт (ейсів) та на відсоток помилок при подачі? Вирішення даної проблеми дасть змогу використовувати даний метод для математичної моделі гри та подальших дослідженнях інших ігрових дій.

## 3 ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ З ПОВНИМ ОБҐРУНТУВАННЯМ ОТРИМАНИХ НАУКОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Для дослідження було обрано жіночу команду першої ліги Чемпіонату України 2022-2023 рр. "Волейбук-ЧНУ-ЧОДЮСШ". Статистичні дані отримано з сайту ФБУ (відкриті дані <https://uvf-web.dataproject.com/CompetitionMatches.aspx?ID=67&PID=222>) та звірено з особистими підрахунками статистики ігор волейбольної команди. Дослідження проводилося по результатах другого та третього турів. У кожному з даних турів команда зустрічалася з рівноцінними суперниками по одному з групи лідерів, середняків та командою кінця турнірної таблиці. Тому сукупні дані кожного туру вважаються рівнозначними в розумінні сили суперників.

Між двома турами тренерами проводилися спеціальні вправи для покращення ігрової дії – подачі [4]. Тому завданням дослідження був аналіз математичної моделі ефективності даних тренувань.

Кожен гравець виконує різну кількість подач за матч, тому за початкові дані було вирішено брати відносні величини, а не абсолютні. Підрахунок зведених даних по матчах другого туру відображено в табл. 1, третього туру в табл. 2.

Таблиця 1

Гравець	Матч 1			Матч 2			Матч 3			Всього			%	
	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	Поми-лок	Ей-сів
Логвиненко	12	4	3	8	1		12	4	1	32	9	4	28	13
Горобець	4	1		3	1	2	10	1	2	17	3	4	18	24
Січковська	5	1		15			17	3	3	37	4	4	11	11
Скаун	8	1	2	10	2	1	10	1	2	28	4	5	14	18
Белецька	16	1	3	11		1				27	1	4	4	15
Біляк	6			5	1		7	1		18	2	0	11	0
Шандра	2	1		5	1					7	2	0	29	0
Панчук	1			1	1					2	1	0	50	0
Віденеева	10	1	3	8		2	2		1	20	1	6	5	30
Сопотницька				8	2	1				8	2	1	25	13
Кушнір	2	1		5	1					7	2	0	29	0
Юрку	10		2	7						17	0	2	0	12
Білик	5			6	1	1	6		1	17	1	2	6	12
<b>Всього</b>	<b>81</b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>92</b>	<b>11</b>	<b>9</b>	<b>64</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>237</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>14</b>	<b>14</b>

Таблиця 2

Гравець	Матч 4			Матч 5			Матч 6			Всього			%	
	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	По-дач	Поми-лок	Ей-сів	Поми-лок	Ей-сів
Логвиненко	3			6	2		12	2	1	21	4	2	19	10
Горобець	11	1	1	4	2	1	7	1	1	22	4	6	18	27
Січковська	16	1	2	3	1		14		5	33	2	7	6	21
Скаун	3	2	1	11		2	24	2	5	38	4	8	11	21
Белецька	19	1	2				8		2	27	1	4	4	15
Біляк	19		2	3		1	2			24	0	3	0	13
Шандра	9	2		2			6	1	1	17	3	1	18	6
Панчук				4	2					4	2	0	50	0
Віденеева	1			20	2	4	10	1	2	31	3	8	10	26
Сопотницька				4	1	1				4	1	1	25	25
Кушнір							4	1		4	1	0	25	0
Юрку	11		1	5		1	8			24	0	3	0	13
Білик				10		3	4	1		14	1	3	7	21
<b>Всього</b>	<b>92</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>72</b>	<b>10</b>	<b>13</b>	<b>99</b>	<b>9</b>	<b>17</b>	<b>263</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>10</b>	<b>15</b>

Оскільки вибірка зв'язна, було вирішено використати Т-критерій Вілкоксона для оцінки якісних змін подачі [5, 6]. Окремо розглядалися питання помилок та подачі на виліт (ейсів).

При обробці даних відсотку помилок табл. 3, типові зсуви – це зменшення відсотку помилок у гравців команди.

Таблиця 3

Гравець	% Помилко					Нетипові зсуви ранг
	До	Після	Різниця	По модулю	Ранг різниці	
Логвиненко	28	19	-9	9	6	
Горобець	17	18	1	1	1.5	1.5
Січковська	11	6	-5	5	4.5	
Скаун	14	11	-4	4	3	
Белецька	4	4	0	0		
Біляк	11	0	-11	11	7.5	
Шандра	29	18	-11	11	7.5	
Панчук	50	50	0	0		
Віденеева	5	10	5	5	4.5	4.5
Сопотницька	25	25	0	0		
Кушнір	29	29	0	0		
Юрку	0	0	0	0		
Білик	6	7	1	1	1.5	1.5
<b>Нетипових зсувів</b>			<b>3</b>		<b>36</b>	<b>7.5</b>
<b>Типових зсувів</b>			<b>5</b>			<b>5</b>

**Нульова гіпотеза Н0:** Відсоток помилок при подачі **не змінився** після підготовки до вирішального туру.

**Альтернативна гіпотеза Н1:** Відсоток помилок при подачі **змінився** після підготовки до вирішального туру.

Для підтвердження гіпотези дані були поранжовані та підрахована сума рангів для нетипових зсувів:  $T_{емп} = 7.5$ .

Критичне значення для  $N = 8$ ,  $\alpha = 0.05$  отримуємо з таблиці критичних значень  $T$  на різних рівнях ймовірності (Вілкоксона):  $T_{кр0.05} = 5$ .

Порівнюємо відповідні значення:  $T_{кр0.05} < T_{емп}$ .

Неможливо відхилити нульову гіпотезу, отже, приймається гіпотеза  $H_0$ : **Відсоток помилок волейбольної подачі не змінився після підготовки до вирішального туру.**

При обробці даних відсотку подач на виліт (табл. 4) типові зсуви – це збільшення відсотку подач на виліт у гравців команди.

Таблиця 4

Гравець	% Ейсів					Нетипові зсуви ранг
	До	Після	Різниця	По модулю	Ранг різниці	
Логвиненко	13	10	-3	3	3	3
Горобець	24	27	3	3	3	
Січківська	11	21	10	10	8.5	
Скаун	18	21	3	3	3	
Белецька	15	15	0	0		
Біляк	0	13	13	13	10	
Шандра	0	6	6	6	6	
Панчук	0	0	0	0		
Віденеева	30	26	-4	4	5	5
Сопотницька	13	25	12	12	7	
Кушнір	0	0	0	0		
Юрку	12	13	1	1	1	
Білик	12	21	10	10	8.5	
<b>Нетипових зсувів</b>			<b>2</b>		55	8
<b>Типових зсувів</b>			<b>8</b>			10

**Нульова гіпотеза  $H_0$ :** Відсоток ейсів при подачі **не змінився** після підготовки до вирішального туру.

**Альтернативна гіпотеза  $H_1$ :** Відсоток ейсів при подачі **змінився** після підготовки до вирішального туру.

Для підтвердження гіпотези дані були поранжовані та підрахована сума рангів для нетипових зсувів:  $T_{емп} = 8$ .

Критичне значення для  $N = 10$ ,  $\alpha = 0.05$  отримуємо з таблиці критичних значень  $T$  на різних рівнях ймовірності (Вілкоксона):  $T_{кр0.05} = 10$ .

Порівнюємо відповідні значення:  $T_{кр0.05} > T_{емп}$ .

Відхиляємо нульову гіпотезу, отже, приймається гіпотеза  $H_1$ : **Відсоток ейсів при подачі змінився після підготовки до вирішального туру.**

Оскільки відсоток подач на виліт збільшився, то можемо стверджувати, що якість ігрової дії "Подача відсоток ейсів" суттєво покращилася.

#### 4 ВИСНОВКИ

Завдяки даному дослідженню ми отримали механізм оцінки змін в межах досліджуваної математичної моделі гри. Даний критерій оцінки можна буде застосовувати для оцінки змін інших ігрових якостей, що будуть використовуватися в математичній моделі [7].

Проблемним залишається питання рівномірного розподілу в залежності від сили суперників та підбору відповідних коефіцієнтів для проведення таких досліджень.

Подальше дослідження математичної моделі гри буде включати в себе формування об'єкту з його ключовими характеристиками та відповідними параметрами, формування критеріїв оцінки ігрових дій [8].

Математична модель гри, сформована з використанням аналізу гри команд суперників, повинна відобразити переваги та недоліки при виборі оптимальної стратегії гри. Ця модель буде відкритою, тобто дозволить змінювати кількість ключових характеристик та параметрів об'єкта, змінювати кількість об'єктів в команді та кількість ігрових дій, що впливають на вибір стратегії [9].

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Eom, H. J. Computer-aided recording and mathematical analysis of team performance in volleyball. Unpublished masters' thesis, University of British Columbia, Vancouver, B. C., Canada, 1989.
- [2] Eleni Zetou, Nikolaos Tsigilis. *Playing characteristics of men's Olympic Volleyball teams in complex II*. International Journal of Performance Analysis in Sport, 2006, **6**(1).
- [3] Eom, H. J., and Schutz, R. W. *Statistical Analyses of Volleyball Team Performance*. Research Quarterly for Exercise and Sport, 1992, **63**(1), 11-18.
- [4] Volleyball: Educational Program for Children's and Youth Sports Schools, Specialized Children's and Youth Schools of Olympic Reserve, Schools of Higher Sports Skills / Prepared by Yu. H. Zatzornitsky, V. V. Turovsky, Yu. H. Kryukov. Kyiv : [B. V.], 1993. 174 p. (in Ukrainian)
- [5] Computer Technology and Methods of Mathematical Statistics: a textbook / V.O. Kashuba, L.V. Denysova, V.V. Usichenko, L.A. Kharchenko, Yu.L. Khlevna, A.M. Boyko, M.V. Karavatska, V.P. Vysnevetka. 2014. 213 p. (in Ukrainian)
- [6] Bakhrushin V.Ye. Data Analysis. Zaporizhzhia : State University "ZIDMU", 2006. 170 p. (in Ukrainian)
- [7] Elenberg J. How to Never Be Wrong. The Power of Mathematical Thinking. Kyiv : Nash Format, 2017. 576 p. (in Ukrainian)
- [8] Zhula L. V., Nosko R. V. *Features of Women's Training in Volleyball*. Bulletin of Chernihiv State Pedagogical University. Series : Pedagogical Sciences. Chernihiv, 2006, **35**, 222-225. (in Ukrainian)
- [9] Voytenko S.M. *Analysis of Group Performance Relationships with Qualitative Indicators of Sports Team Collaboration*. Physical Culture, Sports, and the Nation's Health : Collection of Scientific Papers. IX International Scientific-Practical Conference. Vinnytsia, 2014, **18**(1), 367-374. (in Ukrainian)

Надійшло 28.11.2023

---

Martyniuk S.V., Tsurkan V.I. *Mathematical model of assessment of qualitative changes in execution of team actions based on the Wilcoxon T-test*, Bukovinian Math. Journal. **11**, 2 (2023), 190–196.

Volleyball has become one of the fastest, strongest and most exciting sports in our time. The game focuses on speed, power of attacks and productive long rallies, where competent defensive technique is important. The use of statistics in this sport plays a key role in objective

analysis of various parameters of the game. Coaches use this data to identify players' strengths and weaknesses and develop new training methods to improve various aspects of volleyball.

The purpose of the study was to mathematically determine the result of performing certain actions during a certain period of time and to conclude the effectiveness of these actions reflected in the statistical data.

In the interval between the two measurements, a special training volume was performed on the "Serve" game action. According to the obtained results and their processing, with the use of the Wilcoxon T-test for connected samples, hypotheses were proposed and confirmed regarding two characteristics of the game action "serve": the number of serves aces and the number of errors.

As a result, the hypothesis regarding the significant improvement in the number of servings aces as a result of the experiment and the null hypothesis regarding serving errors, that no significant changes occurred, were confirmed.

Conclusions. Thanks to this study, we obtained a mechanism for evaluating changes within the studied mathematical model of the game. This evaluation criterion can be used to evaluate changes in other game qualities that will be used in the mathematical model. The issue of equal distribution depending on the strength of opponents and the selection of appropriate coefficients for conducting such studies remains problematic.